

**UNIVERZITA KARLOVA v PRAZE**  
**Pedagogická fakulta**  
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

**VYUŽITÍ MONTESSORI POMŮCEK  
V PŘEDMATEMATICKÉ VÝCHOVĚ  
V MATEŘSKÉ ŠKOLE**

THE USE OF MONTESSORI MATERIALS  
IN PRE-MATH EDUCATION IN PRE-SCHOOLS

Vedoucí diplomové práce: PhDr. Michaela KASLOVÁ  
Autor diplomové práce: Bc. Zuzana SANEI  
Studijní obor: Pedagogika předškolního věku  
Forma studia: kombinovaná  
Diplomová práce dokončena: duben 2010

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně, pod vedením PhDr. Michaely Kaslové a s použitím uvedené literatury a informačních zdrojů.

V Jablonci nad Nisou dne 10.dubna 2010

.....

Můj vřelý dík patří především PhDr. Michaele Kaslové za odborné konzultace a cenné rady. Děkuji také všem přátelům a rodině, kteří mě v práci podporovali, drželi mi palce, věřili mi a také hlídali mé dva syny, abych mohla v klidu psát. Děkuji i svým synům za trpělivost a toleranci.

**Anotace:**

Diplomová práce se zabývá vytvářením představ o čísle u dětí předškolního věku s pomocí Montessori pomůcek. V úvodní části je stručně charakterizována filosofie a pedagogika Marie Montessori a hlavní zásady jejího výchovného systému, které jsou relevantní pro tuto práci. Je zde zmíněno pojetí předmatematických představ v Rámcovém vzdělávacím programu pro předškolní vzdělávání a v běžných mateřských školách. Stručně je popsána cesta předškolního dítěte k číslu podle některých dostupných zdrojů a pojetí matematiky v Montessori systému. Následuje popis všech Montessori pomůcek, které jsou určeny pro matematiku v mateřské škole. Závěrečná kapitola porovnává Montessori postup se současnými názory z úvodních kapitol, upozorňuje na možná úskalí a rezervy práce s Montessori pomůckami a nabízí doplňující aktivity.

The thesis explores creating ideas around numbers with pre-school children using the Montessori method and materials. First, the philosophy and pedagogy of Maria Montessori and her main educational principles are briefly characterized. Conception of pre-math according to the Educational Program for Pre-School Education Framework („Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání“) is mentioned together with its presentation in standard pre-schools. The pathway of a child to the concept of „number“ according to contemporary literature is mentioned and the concept of math in the Montessori system. All Montessori math materials for pre-schools are described. In the last chapter, we compare the Montessori method with the current ideas presented in the first chapters, and note potential problems and reservations with using Montessori materials and offer supplementary activities.

**Klíčová slova:**

Montessori pedagogika, Montessori pomůcky, úskalí a rezervy, předmatematická výchova, numerace, číslo a číslice

**Key words:**

Montessori pedagogy, Montessori materials, problems and reservations, pre-math education, numeration, number and numerals

## **OBSAH**

<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>6</b>
<b>SEZNAM TABULEK.....</b>	<b>7</b>
<b>ÚVOD.....</b>	<b>8</b>
<b>1. TEORETICKÁ VÝCHODISKA.....</b>	<b>10</b>
1.1. MARIA MONTESSORI A NĚKTERÉ PRINCIPY JEJÍ PEDAGOGIKY .....	10
1.2. OSNOVY PŘEDMATEMATICKÝCH PŘEDSTAV PRO MATEŘSKÉ ŠKOLY .....	15
1.3. ČÍSLO .....	18
1.4. MONTESSORI MATEMATIKA .....	24
1.4.1. SEZNAM MONTESSORI POMŮCEK PRO PŘEDMATEMATIKU .....	26
1.4.2. CHARAKTERISTIKA MONTESSORI POMŮCEK.....	30
1.4.2.1. SMYSLOVÝ MATERIÁL .....	30
1.4.2.2. MATEMATIKA .....	36
1. OBLAST – počítání do deseti .....	36
2. OBLAST - uvedení do desítkové soustavy 11 – 1 000 (9 999) .....	44
3. OBLAST – přirozené uspořádání čísel 1 – 1 000 .....	51
4. OBLAST - početní operace (+, -, x, :).....	57
5. OBLAST – přechod k abstrakci .....	70
6. ZLOMKY .....	72
<b>2. ANALYTICKÁ ČÁST .....</b>	<b>74</b>
2.1. METODOLOGIE.....	74
2.2. ANALÝZA POMŮCEK A AKTIVIT .....	74
2.2.1. Analýza pomůcek a aktivit 1. oblasti.....	75
2.2.2. Možná úskalí a rezervy pomůcek 1.oblasti .....	79
2.2.3. Návrhy obohacení aktivit a pomůcek 1.oblasti .....	86
2.2.4. Analýza pomůcek 2. - 5. oblasti .....	92
2.2.5. Možná úskalí a rezervy a návrhy obohacení aktivit a pomůcek 2.-5. oblasti.....	96
2.3. TABULKY - PŘEHLED POMŮCEK .....	99
<b>3. ZÁVĚR .....</b>	<b>106</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>109</b>
<b>PŘÍLOHY.....</b>	<b>113</b>

## **SEZNAM OBRÁZKŮ**

Obrázek I.....	30
Obrázek II .....	30
Obrázek III.....	31
Obrázek IV.....	31
Obrázek V.....	31
Obrázek VIa, VIb.....	32
Obrázek VII .....	32
Obrázek VIIIa, VIIIb .....	32
Obrázek VIIIc .....	33
Obrázek IX.....	33
Obrázek X.....	33
Obrázek XI.....	34
Obrázek XII .....	34
Obrázek XIII .....	34
Obrázek XIV.....	35
Obrázek XV .....	35
Obrázek XVIa, XVIb.....	35
Obrázek 1 .....	36
Obrázek 2.....	37
Obrázek 3.....	38
Obrázek 4.....	39
Obrázek 6a, 6b .....	40
Obrázek 7.....	42
Obrázek 8.....	43
Obrázek 10.....	44
Obrázek 11a, 11b .....	45
Obrázek 12.....	46
Obrázek 13a, 13b .....	47
Obrázek 13c, 13d.....	47
Obrázek 13e.....	47
Obrázek 14.....	50
Obrázek 15a, 15b .....	51
Obrázek 16.....	52
Obrázek 17.....	53
Obrázek 18a, 18b .....	54
Obrázek 18c .....	54
Obrázek 19a, 19b .....	55
Obrázek 20a, 20b .....	56
Obrázek 21a, 21b .....	57
Obrázek 21c, 21d .....	57
Obrázek 22.....	58
Obrázek 23.....	59
Obrázek 24a, 24b .....	60

Obrázek 25 .....	61
Obrázek 26a, 26b .....	62
Obrázek 27 .....	63
Obrázek 28a, 28b .....	63
Obrázek 29 .....	64
Obrázek 30a, 30b .....	65
Obrázek 31 .....	66
Obrázek 32a, 32b .....	66
Obrázek 33 .....	67
Obrázek 34 .....	68
Obrázek 35 .....	69
Obrázek 36 .....	69
Obrázek 37a, 37b .....	70
Obrázek 38a, 38b .....	71
Obrázek 39a, 39b .....	71
Obrázek 40a, 40b .....	72
Obrázek 41a, 41b .....	73
Obrázek 41c .....	73
Obrázek 42 .....	88
Obrázek 43 .....	93
Obrázek 44 .....	97
Obrázek XVIIa, XVIIb .....	101

## **SEZNAM TABULEK**

Tabulka č.1a.....	99
Tabulka č.1b.....	99
Tabulka č.2.....	102
Tabulka č.3.....	103
Tabulka č.4a.....	104
Tabulka č.4b.....	104

## ÚVOD

Před čtyřmi lety jsem přijala zajímavou nabídku učit v Montessori mateřské škole a začala jsem studovat VIII. Diplomový Montessori kurz. Tento alternativní pedagogický směr jsem do té doby znala jen velice okrajově a měla jsem na něj nevyhraněný názor. Hned první semináře kurzu mne však natolik zaujaly, že jsem se do studia ponořila s nadšením a dnes si nedokáži představit, že bych se měla vrátit do „klasické“ mateřské školy. Když jsem si měla zvolit téma diplomové práce, obrátila jsem se na PhDr. Michaelu Kaslovou, u které jsem psala bakalářskou práci, a o které vím, že se Montessori problematikou zabývá. Paní doktorka mi pomohla zvolit téma a tak jsem začala číst další literaturu a potom psát.

Byla a jsem nadšeným zastáncem pedagogického směru vytvořeného paní Marií Montessori. Uchvátila mě neuvěřitelná promyšlenost a propracovanost systému pomůcek – jak na sebe navazují, souvisí spolu, ale nic není striktně dáno – záleží na volbě dítěte, zda se bude tou či onou pomůckou zabývat či v jakém pořadí. Může pracovat postupně se sadami pomůcek od nejjednodušších ke složitějším, může některé přeskočit a v případě potřeby se k nim vrátit, může se několik měsíců věnovat pouze počítání, dokud neuspokojí svou (podle Marie Montessori přirozenou) potřebu a potom se bude zabývat jinými oblastmi, nebo může pracovat s několika různými tématy každý den. Toto je jedním ze základních kamenů filosofie Marie Montessori – nechat se vést dítětem. Nejčastěji se Montessori pedagogika charakterizuje větou „Pomoz mi, abych to dokázal sám“, ale mě silněji oslovila právě její úcta vůči dítěti – staví je na stejnou úroveň s dospělým, možná někdy i nad něj – „dítě může být učitelem dospělých“. Dospělí – učitelé jsou v roli pomocníků, pozorovatelů – ve středu zájmu stojí u Montessori dítě. A právě zájem o dítě byl jedním z motivů volby tématu mé diplomové práce. Chtěla jsem zjistit, zda jsou pomůcky, které Marie Montessori vytvořila pro předškolní děti, aby jim pomohla zvládnout první počty, opravdu tak dokonalé, jak se mi zdály, nebo zda mají nějaké nedostatky, případně zda práce s nimi může způsobit dětem v pozdějším věku problémy. My hovoříme o „problémech“, v odborné literatuře se používají termíny „obstacles“ a „difficulties“. Difficulties jsou „vnitřní“ problémy, způsobené dědičnými či vrozenými dispozicemi nebo vývojem



v prenatálním období (tzn. mentální retardace, poruchy vnímání, paměti, různé dysfunkce, ADHD apod.). Česky říkáme „deficit, omezení, nedostatek...“ Obstacles jsou problémy způsobené „zvenku“, získané v průběhu života vlivem nepodnětného prostředí, oborové nepřipravenosti učitelky, metodicky nevhodně prezentovanou látkou apod. Dítě si vytvořilo nepřesnou představu (případně ještě vázanou na určitý kontext), osvojilo si dovednost špatně, mechanicky, aniž pochopilo souvislosti, naučilo se řešit situaci jen jedním způsobem a podobně.

Na základě svých znalostí, ze studia literatury, z přednášek M. Kaslové a z konzultací s ní jsem začala odkrývat úskalí a rezervy některých pomůcek paní Montessori. Vzhledem k tomu, že Montessori nestudovala matematiku a vycházela z poznatků před sto lety, vytvořila své sady pomůcek na základě tehdy dostupných informací. Ve světle dnešních poznatků z oblasti didaktiky matematiky, matematiky, psychologie, pedagogiky a nejrůznějších výzkumů můžeme vidět možné problémy práce s některými pomůckami:

1. úskalí = nebezpečí jednostranného či zjednodušeného pohledu
2. rezervy = nevyužité možnosti práce s pomůckou, včetně jejich kombinací (práce s více pomůckami najednou), jistá „nedotaženost“

Cílem této práce je ukázat specifika Montessori pomůcek – jejich pozitiva i úskalí v procesu předmatematické výchovy. Práce může být podnětem k zamyšlení a zdrojem inspirace pro studenty i absolventy Diplomových Montessori kurzů i pro studenty pedagogických oborů na univerzitách. Byla bych ráda, kdyby práce obohatila zájemce o Montessori pedagogiku o nový pohled na „matematické pomůcky“ Marie Montessori. Stěžejní metodou je analýza dokumentu a srovnání současných teorií s teorií výuky Marie Montessori. V žádném případě tato práce není návodem, jak pracovat s pomůckami Marie Montessori v předmatematické výchově (k tomuto účelu v České republice slouží Diplomové Montessori kurzy pořádané Společností Montessori). Může být pouze zdrojem inspirace.

# **1. TEORETICKÁ VÝCHODISKA**

## **1.1. MARIA MONTESSORI A NĚKTERÉ PRINCIPY JEJÍ PEDAGOGIKY**

Maria Montessori je považována za vynikajícího pozorovatele dětí a svou výchovnou metodu začala rozvíjet především na základě vlastního pozorování. Sama se nedomnívala, že vytvořila novou pedagogickou metodu, tvrdila pouze, že „*objevila vědecky důležitý fenomén či sílu, která však žila v dětech již předtím. Tato záhadná síla vede děti k tvořivosti a tím ovlivňuje jejich chování.*“ (Rýdl, 2007, s.27) Podíváme-li se na propracovanost jejího „výchovného systému“, pochopíme, že se snažila udělat maximum pro dítě, aby mu vytvořila co nejideálnější podmínky pro rozvoj této síly. Svým způsobem vycházela z potřeb dítěte, nesnažila se dětem vnutit způsob rozvoje, jak si ho představují dospělí, naopak se nechávala vést dětmi. Nabízela jim nejrůznější podněty, připravovala pro ně nejen pomůcky, ale i celé prostředí a pozorně sledovala a diagnostikovala jejich reakce a rozvoj, a své přístupy měnila a upravovala podle výsledků svých pozorování. Její „Pomoz mi, abych to dokázal sám“ je to o co zde opravdu jde – dospělý nestojí v roli vševědoucího a neomylného učitele, ale spíše je dítěti pomocníkem a průvodcem, dokonce se má sám od něj učit.

Montessori nebyla učitelem, ale vědcem. Nevytvořila metodiku, podle níž lze učit, ale spíše nabízí na svou dobu nový pohled na dítě, jeho vývoj a způsob výchovy (přístup k němu). Montessori byla přesvědčena, že všechny děti světa mají společné charakteristiky a zároveň je každé samo o sobě jedinečné, neopakovatelné a obdivuhodné. Je považována za představitele extrémního pedocentrismu, který propagoval již J.J.Rousseau a mnozí další. Ovšem Montessori vytvořila dítěti podmínky pro rozvoj. Věřila, že aby dítě mohlo plně rozvinout svůj potenciál, nemůže ho vychovatel nechat „dělat si, co chce“, ale ani jej příliš svazovat a nutit jej přijímat již hotové poznatky podle toho, co on uzná za vhodné. „*Vypadá to, jako by vychovatelé nestáli před praktickými otázkami, jak zprostředkovat pevně stanovené poznatky v určitých hranicích, nýbrž jak ‚brzdit‘ a ‚vést‘ dítě, podobně jako postroj mladé bujné*

*hříbě. Vychovatel potřebuje pokyny a návod, jak správně usměrňovat (brzdit) touhu po vědění, ale ne bič k ztrestání bujnosti.“ (in Rýdl, 1994, s.99)*

V knize Principy a pojmy pedagogiky Marie Montessori uvádí Karel Rýdl 21 podkapitol Principů a pojmů. Pro potřeby této práce jich uvádíme jen několik:

1. SENZITIVNÍ FÁZE (CITLIVÁ OBDOBÍ): jsou to časově omezená období v životě dítěte, kdy je dítě zvláště vnímavé vůči určitým podnětům, které potřebuje k rozvoji jistých schopností, dovedností, předpokladů apod. (například učení se rodnému jazyku). Není-li tato fáze využita, vnímavost mizí a člověk příslušnou dovednost již nikdy nezíská nebo jen v omezené míře a s vynaložením velkého úsilí (učení se jazykům v dospělosti).
2. ABSORBUJÍCÍ DUCH: tímto pojmem Montessori označila schopnost dětí učit se a vstřebávat informace. Na základě pozorování a studia dospěla k závěru, že psychika dítěte musí mít jiné schopnosti a vlastnosti, než psychika dospělého člověka (což jednoznačně potvrzují dnešní poznatky vývojové a kognitivní psychologie). Příkladem je opět učení se mateřskému jazyku – dítě se během několika prvních let svého života naučí plynně hovořit a zvládne jazyk s celou jeho gramatikou i výjimkami. V pozdějších letech svého života se již nikdy žádný jazyk nenaučí s takovou lehkostí a tak dokonale. Montessori byla přesvědčena, že tuto schopnost děti mají i v mnoha dalších oblastech a tvrdila, že *„v dítěti ... působí ‚absorbující duch‘, který mu v prvních letech života umožňuje, aby všechny podněty ze svého okolí do sebe ‚nasával lehce jako houba vodu‘.“* (Montessori in: Rýdl, 1999, s.35) Tyto názory byly později vědecky potvrzeny a dnes se odborníci vesměs shodují, že první měsíce a roky života jsou rozhodující pro další rozvoj osobnosti a inteligence člověka.
3. POLARIZACE POZORNOSTI: fenomén, který Montessori pojmenovala na základě četných pozorování. Zaznamenala, že zaujme-li dítě nějaká činnost, mnohokrát ji opakuje, dokud se jí nenasytí nebo nedosáhne uspokojivé dokonalosti. Tento proces rozdělila do tří fází:

1/ Dítě hledá – je roztěkané, bloumá „od ničeho k němu“, než konečně najde činnost, které se chce věnovat.

2/ Velká práce – tato fáze je nejdelší. Dítě velice soustředěně pracuje, nenechá se vyrušit, je plně ponořené do své činnosti, kterou často mnohokrát opakuje, dokud neuspokojí svou potřebu.

3/ Fáze nasycení – dítě činnost ukončí a uklidí – je plné radosti, spokojené, naplněné, klidné...

4. PŘIPRAVENÉ PROSTŘEDÍ A ROLE UČITELE: aby se dítě mohlo co nejlépe rozvíjet, je podle Montessori nutné mu pro rozvoj vytvořit ideální podmínky neboli takzvané připravené prostředí, jehož součástí je učitel. Třídy by měly být vybaveny nábytkem uzpůsobeným velikosti dětí a pomůckami, které jim poskytují příležitosti k rozvoji v pěti základních oblastech – „Praktickém životě“, „Smyslové výchově“, „Matematice“, „Jazyce“ a „Kosmické výchově“. Montessori vytvořila obrovské množství nejrozličnějších pomůcek a aktivit a zároveň nechala prostor pro všechny vychovatele, aby tyto dále rozšiřovali a obohacovali. Důležitou součástí Montessori připraveného prostředí je řád: každý předmět má své místo ve třídě a svůj pracovní postup, který učitelka dítěti ukáže, chce-li dítě pracovat s danou aktivitou poprvé. Učitel stojí spíše v roli asistenta – nepředkládá dítěti poznatky, ale pomáhá a asistuje mu při vlastním zkoumání a objevování reality. Montessori postavila učitele do odlišné role, než bylo v té době obvyklé – vyžadovala odbornou přípravu (znalost psychologie, pedagogiky, vývoje dítěte, senzitivních fází) a také kladla důraz na jeho osobnost (měl by to být člověk vyrovnaný, s velkou dávkou vnitřní sebedisciplíny, vyzařující klid). Je-li požádán, ukáže dítěti práci s pomůckou, může mu nabídnout činnost, ale dítě má vždy možnost volby, zda nabídku přijme či nikoli.
5. SLOŽENÍ TŘÍD: Montessori považovala za důležité, aby ve třídách byly děti věkově smíšené (většinou v rozpětí 3 let). Tato situace je podle ní přirozená a poskytuje dětem více příležitostí k učení se, než věkově homogenní skupiny - více příležitostí pro spolupráci a získávání velmi důležitých sociálních

dovedností, tolerance, trpělivosti, ohleduplnosti, ochoty pomoci. Například když starší učí mladšího, něco mu vysvětluje či ukazuje, sám se to lépe naučí a porozumí tomu, takže nejenže ho ti mladší nebrzdí, naopak mu pomáhají prohloubit vlastní znalosti. Děti jsou vedeny ke spolupráci, nikoli k soutěživosti.

## 6. UČEBNÍ STRATEGIE:

- **TRÍSTUPŇOVÁ LEKCE:** seznamuje-li se dítě s novým materiálem (např. pomůcka „Smirkové číslice“), pracuje s ním učitelka ve třech fázích:
  1. Informace, instrukce, nápodoba: rozloží „číslíce“ na kobereček (může je seřadit 1,2,3...9), vezme do ruky destičku se zapsanou číslicí 1 a řekne: „toto je jednička“, dvěma prsty číslici obtáhne a opakuje: „jednička“. Potom vyzve dítě, aby postup opakovalo. Stejně postupuje s destičkou s číslicí 2, případně 3. Potom několikrát střídavě pojmenovává obě (všechny tři) číslice a vždy na ně ukazuje a dítě po ní opakuje.
  2. Úkoly, problémové situace: učitelka vyzve dítě, aby vzalo „jedničku“ a položilo ji např. do rohu koberečku, opakuje totéž s dalšími číslicemi – každou dítě umístí jinak. „Podej mi dvojku.“ – dítě manipuluje s číslicemi a neustále slyší jejich názvy. Tato fáze pokračuje, dokud dítě nezíská jistotu, která číslice se jak jmenuje.
  3. Ověření znalosti: „číslíce“ jsou rozložené na koberečku, učitelka ukáže vždy na jednu a zeptá se dítěte, co je to za číslici. Tato fáze je „protisměrná“, kontrolní, zda se dítě naučilo nové názvy předmětů... s nimiž pracovalo.
- **IZOLACE OBTÍŽNOSTI:** je dalším typickým znakem Montessori materiálů. Představujeme-li dítěti něco nového, vždy by měla nová věc (pojem, vlastnost...) být pouze jedna – například v matematice se děti nejprve učí počítat (pomůcka „Červenomodré tyče“), potom se zvlášť seznamují s číslicemi (pomůcka „Smirkové číslice“) a když obojí znají, jsou tyto znalosti propojeny.

- PRÁCE S CHYBOU: Montessori tvrdila: „chyby s námi žijí a mají svůj smysl“ (Montessori in: Rýdl, 1999, s.37), doporučovala mít k chybám „přátelský postoj“. Byla přesvědčena, že jsme-li schopni odhalit své vlastní chyby a sami je napravit, získáme tím více samostatnosti, nezávislosti a dokonce jistoty. „Znalost toho, že můžeme chybu udělat a sami ji bez cizí pomoci kontrolovat, je jednou z největších vymožeností psychické svobody.“ (Montessori in: Rýdl, 1999, s.38) Všechny pomůcky a materiály, které vytvořila a kde je to jen trochu možné, mají v sobě zabudovanou zpětnou vazbu pro toho, kdo s nimi pracuje. Někdy je tato kontrola chyb mechanická (např. u pomůcky „Válečky s úchyty“), jinde děti chyby objeví při opakované práci s pomůckou, kdy se postupně zdokonaluje jejich vnímání, soustředění a pochopení (např. pomůcka „Růžová věž“), další možností je porovnání vlastní práce s předlohou, kontrola správnosti na zadní straně kartiček, dóz apod. a v neposlední řadě kontrola jiné osoby (učitele, kamaráda...). Montessori zdůrazňuje, že učitel by nikdy neměl do práce dítěte zasahovat, i když vidí, že dítě dělá chyby – musí mu dát příležitost najít si své chyby sám a sám si je opravit. Jen tak může dítě úspěšně postupovat na cestě k vlastnímu zdokonalování a „psychické svobodě“.
  
- SAMOSTATNOST: „Pomoz mi, abych to dokázal sám.“ Učitel připravuje prostředí a poskytuje dětem příležitosti k učení se, ukazuje jim pracovní postupy s jednotlivými pomůckami, ale nechává děti pracovat s nimi dále samostatně a dle vlastní potřeby a fantazie (do určité míry – děti nesmí pomůcku poškodit). Je-li třeba řešit problém, učitelka nenabízí řešení, ale nechává dítěti prostor vyřešit problém samostatně.

## **1.2. OSNOVY PŘEDMATEMATICKÝCH PŘEDSTAV PRO MATEŘSKÉ ŠKOLY**

Osnovy předmatematických představ v mateřských školách vycházejí z Rámcového vzdělávacího programu pro předškolní vzdělávání (2004) (dále jen RVP PV), kde prolínají všemi vzdělávacími oblastmi. Hovoříme o předmatematice, neboť děti ještě neuvažují abstraktně – v předškolním věku pracujeme s konkrétními předměty – modely a rozvíjíme u dětí schopnosti směřující k rozvoji matematického uvažování. Do předmatematických představ tedy nepatří jen určování počtu, orientace v číselné řadě a seznámení dětí s číselnými symboly, jedná se také o lokomoční pohybové činnosti rozvíjející hrubou i jemnou motoriku (zejména koordinaci ruka-oko), rozvoj řečových schopností a komunikativních dovedností, pozornosti a paměti, rozvoj fantazie, představivosti a tvořivosti, pozorování předmětů a jevů a zkoumání jejich vlastností a vztahů, orientace v prostoru, v rovině i v čase. Předškolní děti potřebují ke svému rozvoji velice pestrou nabídku nejrůznějších aktivit prováděných samostatně i ve spolupráci s vrstevníky.

Oproti dřívějšímu pojetí, poskytuje RVP PV volný rámec a záleží na každé mateřské škole, jakým obsahem ho naplní a jakými způsoby bude u dětí rozvíjet klíčové kompetence a dosahovat dílčích cílů v pěti vzdělávacích oblastech. Jednoznačně je patrný odklon od dříve převažujících hromadných aktivit a větší důraz je kladen na individuální rozdíly dětí a nezbytnost individualizovaného přístupu učitele k nim. (Tento trend je plně v souladu s pedagogikou Marie Montessori, která (jak uvedeno výše) staví dítě do středu zájmu vychovatelů.) Učitelka má více volnosti, prostoru pro vlastní tvořivost, není svazována jednotnou metodikou, ale má zároveň více zodpovědnosti a její práce je náročnější ve fázi přípravy, doplňování vzdělání, studia nových metod a hledání zdrojů inspirace. Úroveň předmatematických představ předškolních dětí tedy závisí na kompetentnosti učitelky, zvláště vzhledem k tomu, že zatím neexistuje didaktika matematiky (či „předmatematiky“) pro předškolní věk. Výjimkou jsou některé alternativní pedagogické směry, které se u nás šíří od 90.let. Jednou z těchto alternativ je i Montessori vzdělávací systém, který nabízí velmi propracovaný systém pomůcek pro děti od dvou let.

Podívejme se na některé očekávané výstupy zmíněné v RVP PV v porovnání s možnostmi, které nabízí Montessori systém:

Očekávané výstupy dle RVP:

- chápat základní číselné a matematické pojmy, elementární matematické souvislosti a podle potřeby je prakticky využívat
- porovnávat, uspořádávat a třídit soubory předmětů podle určitého pravidla
- poznat více, méně, stejně, první, poslední ap.
- orientace v počtu cca do šesti
- číselná řada do deseti

Předpokládané výstupy v Montessori systému:

- seznámení s čísly 0-9 999 a jejich zápisem, seznámení se znaménky početních operací +, -, x, : a přípravné aktivity pro početní operace, seznámení s modely zlomků
- porovnávání, uspořádání a třídění nejrozličnějších drobných předmětů
- určit více, méně, stejně, první, poslední ap.
- orientace v počtu do 100 i více
- číselná řada do 1 000



Čtenáři se může zdát nabídka Montessori systému silně předimenzovaná a neodpovídající reálným možnostem předškolního dítěte. Vágnerová ve své Vývojové psychologii (2005) hovoří o vývojových omezeních dětí do šesti let: „*Předškolní děti posuzují množství především vizuálně, tj. percepčním odhadem. Tímto způsobem lze diferencovat pouze malé množiny, které mají nanejvýš 4-5 jednotek. Pokud by jich bylo víc, pak dítě sice pozná, že jde o větší množství, ale přesnějším způsobem diferencovat nedovede. To je možné teprve tehdy, když začne jednotky množiny počítat.*“ (2005, s.189) Zmiňuje také experimenty Piageta, Říčana aj., kteří dokazují, že předškolní dítě „...*nemá vytvořen pojem trvalosti množiny předmětů. Předškolní dítě věří, že změna vizuální podoby vede nezbytně ke změně množství, protože se to tak jeví. Vidí, že sloupec korálků je vyšší, to znamená větší, a proto jich musí být víc.*“ (Vágnerová, 2005, s.177) Tyto poznatky by však rozhodně neměly vést k tomu, že s dětmi nebudeme podobné aktivity realizovat. Děti potřebují získávat zkušenosti, a čím více a různorodějších jich mají, tím snazší pro ně bude dospět k abstrakčnímu zdvihu<sup>1</sup>, jakmile jim to dovolí jejich kognitivní vývoj.

---

<sup>1</sup> Abstrakční zdvih je náhlé uzření nové, abstraktně vyšší skutečnosti – je to okamžik zrodu abstraktního poznatku. Jde o hlubší vhled do daného poznání. (Hejný, 1999, s.27)

### 1.3. ČÍSLO

Pro potřeby této práce budeme pojem „číslo“ používat ve významu „přirozené číslo“, jazykově vyjádřené zejména základními číslovkami. Číslo se běžně používá (Kaslová, 2001b):

- ve významu kvantity
  - vyjadřuje určitý počet prvků<sup>2</sup>
  - vyjadřuje neurčitý počet prvků
- bez významu kvantity

Někteří autoři (Hejný, Stehlíková, 1999) uvádějí „tři podoby čísla.“ Číslo jako:

- mnohost – ve významu kvantity
- operátor – číslo chápáné jako příkaz změny („přidej tři“, „odeber jednu“, „zdvojnásob“...)
- adresa – bez významu kvantity jako identifikátor nebo v číselné řadě (viz dále)

Číslem jako operátorem se v této práci zabývat nebudeme, neboť je základem početních operací, které nejsou předmětem této práce, a přidržíme se prvního rozdělení, které je shodné s „podobou“ čísla jako mnohosti a adresy.

Čísla, která vyjadřují počet prvků, slýchá dítě v přirozených situacích, kdy se hovoří o tom, kolik něčeho máme, vidíme, slyšíme... (např. „Toník má dvě sestřičky.“, „Na kabátku ti chybí jeden knoflík.“, „Táta třikrát zaklepal.“...)

S číslem, vyjadřujícím neurčitý počet prvků se dítě setkává v běžné komunikaci, když slyší výrazy typu: „Mám sto chutí...“, „Pepa má tisíc nápadů...“

Číslo bez významu kvantity se rovněž objevuje v běžné komunikaci - je „identifikátorem“ (např. číslo autobusu, domu, SPZ auta, ve sportu – číslo hráče...),

---

<sup>2</sup> Prvkem je zde míněn předmět, bez ohledu na velikost a nezávisle na tom, zda se jej dítě může dotknout, pouze jej vidí či si ho jen představuje, ale také nakreslený symbol, znak, obrázek apod., pohyb, zvuk či slabika ve slově, chuť, vztah atd.

slovem v textu (básnička, rozpočítadlo, píseň...) či v číselné řadě nebo jej lze použít vztahově.

Naopak kvantitu nemusíme vyjadřovat jen číslem: můžeme použít neurčité vyjádření (hodně, málo, víc, méně než Tomáš...) nebo určité (stejně jako..., jako včera, jako Tomáš...). Použijeme-li číslovku, je kvantita určitá a hovoříme o počtu; v ostatních případech hovoříme o množství (Kaslová, 2001b).

Když si dítě vytváří představu o čísle, je vhodné, aby se setkalo s jeho různými pojetími. Je-li mu prezentováno jen jedno, může to u dítěte vést k problémům, v extrémním případě až k vytvoření obstacles. Kaslová (2001b) píše o úskalích izolace jedné cesty dítěte k číslu. Pokud se dítě při prvním seznamování s pojmem čísel setká pouze s jedním pojetím čísla, může tento přijmout jako jediný a obtížně přijímat odlišné modely. Hovoří nejprve o případě holčičky, která se ve třech letech setkala s číslem pouze v podobě jedné konfigurace („jsou ti tři roky“ a byl jí ukázán palec, ukazovák a prostřední prst na jedné ruce). Později pro ni bylo obtížné pochopit, že tři nemusí být jen počet prstů jedné ruky, když schováme malík a prsteník, ale i stejný počet jakýchkoli jiných předmětů nebo může jít dokonce o zvuky, pohyby apod. Ještě na 1.stupni ZŠ, měla-li určit počet prvků, hledala vždy konfigurace nebo se snažila předměty přeskupit, aby konfiguraci vytvořila a mohla pouze dopočítat (např. věděla, že 5 a 5 je dohromady 10 a zbývající prvky dopočítávala po jednom). Druhým zmíněným případem je cesta k číslu přes lineární model. Při izolaci tohoto způsobu může u dítěte nastat problém ve vidění konfigurací – i puntíky na hrací kostce nebo stejně seskupené předměty dítě stále zbytečně počítá po jedné. Poslední zmíněnou cestou k číslu je memorování číselné řady. Zde může chybět představa počtu, skrývajícího se za daným číslem (jde o číslo bez významu kvantity). Dítě se orientuje v číselné řadě, určí čísla větší i menší, ale pouze na základě své paměti – ví, jak v řadě následují po sobě a že číslo, které je na řadě dříve, je vždy menší, než číslo následující a naopak. Takové dítě může mít problémy s modely čísel, počítáním prvků a později s početními operacemi i mnohým dalším...

Aby dítě mohlo získat představu o čísle spojenou s počtem prvků, pracuje s modely. Rozlišujeme čtyři typy modelů čísla (Kaslová, 2009):

1. chaos – prvky jsou volně v prostoru či ploše a při určování jejich počtu je musíme počítat po jednom
2. lineární model – prvky jsou uspořádány v řadě (nemusí být rovná) a opět je nutné počítat po jednom (hovoříme o ordinálním pojetí čísla)
3. konfigurace – prvky jsou uspořádány určitým typickým způsobem (puntíky na hrací kostce nebo na kamenech hry domino, prsty na ruce apod.) a jejich počet lze určit naráz – „na první pohled“ (hovoříme o kardinálním pojetí čísla)
4. kombinace konfigurace a chaosu – zpravidla u většího počtu prvků – na první pohled určí počet několika prvků (např. 5) a zbylé prvky dopočítám po jednom

Dítě by se mělo setkat s co nejširší škálou modelů čísla: s určováním počtu nejen předmětů, ale i jiných prvků (zvuků, pohybů, dějů...), a při práci s předměty si postupně vybudovat nezávislost počítaných předmětů na:

- barvě
- materiálu
- tvaru
- poloze
- stejnorodosti
- vzájemném postavení (konfiguraci)
- hmotnosti
- velikosti
- vzdálenosti
- viditelnosti (Kaslová, 2001b, s.23-24)

Číslo nelze uvádět izolovaně, pouze jako slovo či symbol spojený s modelem. Seznamování s ním je složitější proces, který patří do kapitoly „numerace“. Numerace je součástí programů pro základní školy a představuje seznamování s čísly určitého

oboru. Hlubší seznámení s pojmem „číslo“, předchází kapitole početních operací. Součástí numerace je:

1. určit počet – dítě určí počet daných prvků (může tak učinit spočítáním prvků po jedné nebo naráz – v případě konfigurací nebo kombinací těchto dvou postupů) a přepočítat ve smyslu zkontrolovat
2. vytvořit model o daném počtu – k číslu umí přiřadit odpovídající počet prvků nebo k danému počtu prvků přiřadí stejný počet jiných prvků
3. alternovat modely – dítě dokáže vytvořit různé modely téhož čísla
4. popsat modely
5. přechíst číslice, přechíst číslo
6. zapsat a rozumět zápisu – dítě umí zapsat počet číslicemi a chápe, že např. v čísle 128 je 1 stovka, 2 desítky a 8 jednotek, také umí rozlišit zápis a jeho význam, chápe všechny vzájemné vazby „číslice-slovo-model“ – „2“ je totéž, jako „dvojka“, „dvě“ nebo „dva prvky“
7. orientace v číselné řadě (číslo jako adresa)
  - dítě umí odříkat číselnou řadu
  - zná vztahy: „hned za“ znamená „o 1 větší“, „hned před“ znamená „o 1 menší“, „před“ je „menší než“...
  - uspořádá čísla vzestupně i sestupně
8. porovnat – dítě je schopno porovnat dvě nebo více množin prvků nebo zápisy počtu (více – větší, méně – menší než, stejně – rovná se)
9. chápat číslo bez významu kvantity
10. číslo jako hodnota – vztah k penězům (desetikoruna má stejnou hodnotu jako dvě pětikoruny nebo 4 rohlíky nebo balíček žvýkaček...)
11. vlastnosti čísel – sudá x lichá, cifernost...
12. rozklad čísla (na dva sčítance...)

*„Předškolní děti většinou umí z paměti základní číselnou řadu, tzn. dovedou přerýkat čísla, jak jdou za sebou. Ale často ještě plně nechápou význam jednotlivých čísel ani logiku jejich řazení.“* (Vágnerová, 2005, s.190) Počítají-li nějaké prvky, chápou, že mají přiřazovat slova (prvky číselné řady) k předmětům. K tomu je nutný určitý stupeň koordinace pohybů a odříkávání čísel. Dětem se zde často stává, že nějaký předmět při

počítání vynechají a jiný naopak počítají dvakrát. Také ještě plně nechápou, že nezáleží na pořadí, v jakém předměty počítáme. „*Znalost čísel, resp. názvů čísel nebývá spojena s pochopením podstaty číselného pojmu.*“ „*Předškolní děti chápou číslo jako vlastnost objektu, resp. množiny objektů, která je jeho trvalou charakteristikou. Z tohoto pohledu je ovšem lhostejné, zda objekt posuzují podle této vlastnosti nebo podle nějaké jiné. K překonání fenomenismu (tj. aktuální jevové složky) musí dítě dosáhnout stadia konkrétních logických operací a k takovému vývojovému pokroku dochází až ve věku 6-7 let.*“ (Vágnerová, 2005, s.190) Teprve v tomto věku děti „*začínají chápat vratnost různých proměn, resp. myšlenkových operací*“ (Vágnerová, 2005, s.245), což je nutné např. k pochopení principů početních operací.

V kontextu seznamování se s číslem zmíníme také mechanismus poznávacího procesu, jak o něm hovoří Hejný (1999, s.27). Rozděluje tento proces do pěti na sebe navazujících etap:

1. Motivace je touha znát či pochopit něco, co neznám, rozumět něčemu.
2. Etapa separovaných modelů je proces získávání zkušeností s konkrétními případy, o nichž tuším, že spolu nějak souvisí, ale zatím nevím, jak.
3. Etapa univerzálních modelů je proces pochopení souvislostí mezi separovanými modely, principu, že se mohou vzájemně zastupovat a nakonec volba univerzálního modelu.
4. Abstrakční zdvih je náhlé uzření nové, abstraktně vyšší skutečnosti – je to okamžik zrodu abstraktního poznatku. Jde o hlubší vhled do daného poznání.
5. Etapa krystalizace je propojování nových poznatků a představ s již existujícími, vznik nových vztahů mezi nimi, případně změna dříve existujících. Nejdříve na úrovni modelů, potom na úrovni abstraktního poznání. Je to dlouhodobý proces.

Pro systematizaci zmíněného procesu a použitelnost jeho výsledků v sociálním kontextu má nezastupitelnou roli jazyk. Dítě si může vytvářet separované modely na základě zkušeností a samo dospět i k universálnímu modelu, ale dospělý mu svým slovním komentářem a rozhovory s ním tento proces pomáhá usměrňovat a ujasňovat. Jestliže zkušenosti dítěte nejsou spojeny s odpovídajícím doprovodem jazykovým (jedná se

o přesnost vyjadřování a komentářů dospělých), dítě si může vytvořit vlastní názvosloví, které mu může později způsobit zmatek (Kaslová 2008-2009). Z tohoto pohledu je velice důležitá role dospělého, zejména učitelky, ale hodně záleží i na rodinném zázemí dítěte. V praxi můžeme pozorovat velké rozdíly mezi dětmi v oblasti matematického chápání a vyjadřování způsobené rozdíly v rodinném prostředí. Učitelka zde má nelehký úkol přizpůsobit svůj řečový projev úrovni dětí ve třídě, ovšem nemělo by jí být měřítkem „nejslabší“ dítě ve skupině. Jak ukazují výzkumy, hraje způsob a úroveň komunikace učitelky s dětmi velkou roli v rozvoji jejich způsobu vyjadřování. Ukázalo se, že 5-6leté děti z věkově homogenních tříd měly značně rozvinutější slovní zásobu a v komunikaci mezi sebou používaly složitějších formulací, než jejich vrstevníci z věkově heterogenních tříd. To se týká i vyjadřování spojeného s určováním počtu. Učitelky i starší děti totiž přizpůsobují svou komunikaci mladším dětem a proto hovoří jednodušeji, užívají méně souvětí apod. (Kaslová, 2008-2009) Tato skutečnost jistě není dostatečným důvodem pro práci s pouze věkově homogenními třídami, mnoho jiných argumentů hovoří naopak ve prospěch tříd věkově heterogenních. Spíše by tato informace měla vést učitelky k zamyšlení nad způsobem vyjadřování při práci s dětmi, aby i starším dětem daly příležitost slyšet a použít „náročnější“ jazykové vazby...

Kaslová také zmiňuje výzkumy a experimenty s použitím číslic v mateřské škole a uvádí, že „v mnoha zemích již upustili od brzkého používání číslic na mateřských školách“. Neboť číslice má zástupnou funkci – zastupuje slovo (číslo) a pochopení zástupnosti není předškolnímu věku přiměřené. Proto je pro některé děti vhodné zavádět tyto symboly až po nástupu do základní školy. (Kaslová, 2001b, s.9) Neznamená to, že bychom se měli používání číslic s dětmi předškolního věku vyhýbat či dokonce bránit. V dnešním světě, kdy se děti s číslicemi běžně setkávají všude kolem sebe, to ani není dost dobře možné. Můžeme však dítě seznámit s jejich funkcí identifikátora a propojení s modelem čísla odložit, až dítě ve svém poznávání dozraje. Při předčasném propojení může u dítěte dojít ke splynutí pojmů číslo a číslice, což může vést v pozdějším věku například k problémům při pochopení, že jedno číslo je možné zapsat různými způsoby (např. u zlomků či desetinných čísel: 1 je totéž jako  $\frac{2}{2}$ ; 1,5 je stejné jako  $\frac{3}{2}$  nebo 1,50 nebo  $\frac{6}{4}$  apod.) (Kaslová, 2001b, s.9).

## **1.4. MONTESSORI MATEMATIKA**

V době mládí Marie Montessori tvořila základ univerzitních studií antická filosofie, která neoddělovala matematiku jako samostatnou vědu, ale viděla ji jako součást základu filosofického myšlení. Montessori ve své filosofii považuje člověka za tvora s matematickým duchem, podle ní nás matematika obklopuje na každém kroku po celý náš život. Přirozená touha dítěte po řádu, pravidelném režimu... je pro Montessori důkazem vrozenosti matematiky. Hovoří o „psychomatematice“, napsala knihu s názvem „Psychoaritmika“ a později druhou s názvem „Psychogeometrie.“ Bohužel ani jedna z nich není k dispozici v jazyce, který bych ovládala.

Aspekty matematiky lze u Montessori vidět nejen v mnoha jejích materiálech a pomůckách, ale i v připraveném prostředí: uspořádání místnosti, pořádek a řád uložení materiálů v policích, postup od jednodušších aktivit k složitějším. Montessori rozdělila své pomůcky a aktivity dětí s nimi do pěti oblastí: „Praktický život“, „Smyslová výchova“, „Matematika“, „Jazyk“ a „Kosmická výchova“. My se budeme zabývat především pomůckami z oblasti „Matematiky“, ale považujeme za nezbytné zmínit i předchozí dvě oblasti, neboť zde leží přípravné kroky k matematice.

V oblasti „Praktického života“ je mnoho aktivit z předmatematické výchovy. Vše děláme zleva doprava, činnosti předpokládají určitou dávku přesnosti a mají svůj řád. V aktivitách přesypání a přelívání nalezneme prvopočátky jednoduchých početních operací a práci s celkem a jeho částmi: v nejjednodušších variantách pouze přemísťujeme stejné množství, ale rozdělíme-li ho do dvou a více nádob, už zde máme přípravu na dělení, případně odčítání (můžeme výchozí množství rozdělit na stejné části nebo na nestejné), nebo odsypeme (odlijeme) část a část zůstane v původní nádobě – variací je mnoho... Dáváme-li části zpět do původní nádoby, získáváme původní množství, a máme první představu o principu sčítání (násobení). V jiných aktivitách děti třídí drobné předměty podle dané vlastnosti, přiřazují k sobě předměty stejné (již při těchto nejjednodušších činnostech se mohou seznámit s geometrickými tvary a tělesy), skládají ubrousky nebo kapesníky, což je prvním krůčkem na cestě ke zlomkům, prostírají stůl a zjišťují, že pro každého je nutné připravit stejné předměty – stejný počet



talířů, lžic, ubrousků, sklenic atd. Děti krájí ovoce a zeleninu – další příprava na práci se zlomky, učí se dělit se s ostatními. Mnoho přirozených situací, ze kterých Marie Montessori těžila maximum, záměrně pro ně připravovala podmínky a ukazovala pedagogům, čeho všeho lze využít ve prospěch dítěte a jeho rozvoje. (Ukázky některých možných aktivit z této oblasti viz obr. XVIIa a XVIIb.)

Většina „Smyslového materiálu“ je přímou přípravou na matematiku: dětem jsou poskytnuty podmínky k získávání zkušeností prostřednictvím smyslů a zároveň mají příležitost své smysly tříbit a zdokonalovat své vnímání. Mnohé pomůcky jsou založené na porovnávání a hledání shodných dvojic prvků (barevné destičky, hmatové destičky – stejná hrubost povrchu, teplota, hmotnost, hledání tvarově shodných předmětů hmatem, stejně znějící válečky – hrubost obsahu vytváří chřestivý zvuk, stejně znějící zvonky – tóny, stejné dvojice dítě hledá čichem, podle chuti). Některé pomůcky mají deset částí – nepřímo připravují dítě na počítání v desítkové soustavě, prvky jsou uspořádány podle jedné vlastnosti, dítě hledá shody a odlišnosti... zkoumá a poznává geometrické tvary a tělesa smysly – především hmatem, porovnává a popisuje jejich vlastnosti na základě smyslového prožitku.

V oblasti „Jazyka“ děti například pracují s obrázky, které znázorňují příběh či průběh nějaké aktivity a děti je mají uspořádat podle časové posloupnosti, jak jdou úkony za sebou. Aktivity, připravující dítě na psaní, potřebuje dítě i pro psaní číslic (např. obkreslování různých tvarů nebo psaní do krupice, obtahování smírkových tvarů dvěma prsty – spojený ukazovák a prostředník...).

Dítě má tedy nejprve získat zkušenosti s porovnáváním předmětů a jejich vlastností, tříděním, uspořádáním, má si tříbit smysly, schopnosti pozorování a zkoumání...

Montessori pomůcky pro „Matematiku“ jsou založeny na stejných principech – postupuje se od jednoduššího ke složitějšímu, od konkrétního k abstraktnímu, obtížnosti jsou izolované. „Matematické pomůcky“ jsou tematicky rozděleny do šesti oblastí. V každé oblasti na sebe pomůcky navazují ve čtyřech stupních:

1. práce s konkrétním materiálem – modelem čísla

2. seznámení se symboly – zápis čísla pomocí číslic
3. spojení modelu se symbolem
4. další aktivity na prohloubení a rozšíření dané znalosti

Při prezentacích v Diplomovém Montessori kurzu (dále jen DMK) je zdůrazňováno, že je nutné dodržovat pořadí užití pomůcek v každé oblasti. Zejména v první oblasti se dítě musí důkladně seznámit s jedním modelem, než může pracovat s modelem dalším. Princip izolace obtížnosti zde vyniká zvláště výrazně. Také se nedoporučuje pomůcky vzájemně kombinovat nebo používat k jiným účelům, než jsou určeny, aby „v tom dítě nemělo zmatek“. V kapitole „Analytická část“ se pokusíme analyzovat i tento aspekt Montessori postupu a jeho možná úskalí.

#### ***1.4.1. SEZNAM MONTESSORI POMŮCEK PRO PŘEDMATEMATIKU***

Při výuce v DMK se v oblasti „Matematiky“ pracuje s pomůckami pro aritmetiku. Pomůcky pro geometrii, se kterými se pracuje v mateřské škole, patří do oblasti „Smyslová výchova“ a v Montessori systému, jak uvedeno výše, slouží aktivity s nimi jako příprava na matematiku. Níže je uveden seznam většiny z nich, aby si čtenář neznalý Montessori pomůcek, mohl vytvořit představu o „Smyslovém materiálu“, jakožto „přípravě na matematiku“, a co se při práci s ním mohou děti naučit. Tento materiál je také zmíněn v tabulkách v závěrečné části práce. Předmětem našeho podrobnějšího zájmu je aritmetika v mateřské škole.

S ohledem na zažitě názvosloví je v následujícím textu užito pojmů „korálky“ a „perličky“ resp. „perlový materiál“. Barevný perlový materiál je označován jako „korálky“ a zlatý perlový materiál jako „perličky“. Vzhledem ke skutečnosti, že Montessori materiály jsou do češtiny překládány z různých zdrojů a různými autory, kteří nejsou vždy plně znalí odborného názvosloví (zejména v matematice), používají se i při prezentacích v DMK v některých případech nepřesné pojmy. Některé z nich jsou

pro zachování autentičnosti použity i v této kapitole. Podrobněji se jimi budeme zabývat v kapitole „Analytická část“ a podíváme se, zda i tato skutečnost může být úskalím práce s Montessori pomůckami. Součástí prezentací v DMK je práce s doplňkovými materiály, vytvořenými učitelkami (především Hanou Koukalovou) z Montessori mateřské školy v Kladně, na základě materiálů prezentovaných lektorkami z Rakouska.

### **„Smyslový materiál“ – geometrie**

Pomůcky v tomto seznamu jsou označeny malými písmeny pro odlišení od seznamu pomůcek v oblasti „Matematiky“. Seznam je také použit v tabulce č.3. Níže uvedené obrázky jsou očíslovány římskými číslicemi také kvůli odlišení od obrázků „matematických pomůcek“.

- a. Válečky s úchyty
- b. Růžová věž
- c. Hnědé schody
- d. Červené tyče
- e. Válečky bez úchyty
- f. Geometrická komoda - tvary
- g. Geometrická tělesa
- h. Základny geometrických těles
- i. Obdélníková (čtyřúhelníková) krabice, Obdélníková krabice modrá, Trojúhelníková krabice, Malá šestiúhelníková krabice, Velká šestiúhelníková krabice, Obdélníková krabice – modré pravoúhlé trojúhelníky
- j. Krabičky s barevnými destičkami
- k. Binomická krychle a Trinomická krychle
- l. Smirkové destičky
- m. Stereognostické sáčky
- n. Hmotnostní destičky
- o. Termické destičky na vnímání teploty a Termické nádoby
- p. Zvukové válečky
- q. Zvonky
- r. Chuťové skleničky
- s. Barevné geometrické tvary

### **„Matematika“ - aritmetika**

Při výuce v DMK jsou pomůcky rozděleny do tří „rovin“, což je dělení, které do ČR přišlo z Rakouska. Zde uvedených pět „oblastí“ se prezentuje na kursech AMI

(Association Montessori Internationale – mezinárodní Montessori společnost) a do ČR jej přinesl pan Dattke z Německa. „První rovina“ je shodná s „první oblastí“, „druhá rovina“ spojuje „druhou a třetí oblast“ a „třetí rovina“ obsahuje pomůcky „čtvrté a páté oblasti“, zlomky se prezentují zvlášť. Z hlediska matematiky je dělení na 5 oblastí logičtější, proto je zde uvedeno. Protože se k pomůckám budeme vracet, nejsou číslovány v každé oblasti od 1, ale pro snazší orientaci v dalším textu má každá své číslo.

### **1. OBLAST – počítání do deseti - numerace**

- určování počtu prvků do deseti, vytvoření modelu o daném počtu, seznámení s číslicemi a číselnou řadou 0-10, propojení modelu čísla a číselného symbolu, rozklad čísla na dvě části, kompletace

- 1) Červenomodré tyče
- 2) Smirkové číslice
- 3) Červenomodré tyče a číslice
- 4) Krabice s vřetenky
- 5) Hra na upevnění konceptu „nula“
- 6) Sudá a lichá čísla
- 7) Pyramida – barevné korálkové schody
- 8) Malé červenomodré tyče
- 9) „Paměťová hra“

### **2. OBLAST - uvedení do desítkové soustavy 11 – 1 000 (9 999) - numerace a početní operace**

- prezentace desítkové soustavy, zavedení výrazů „jednotka, desítka, stovka, tisícovka“, princip počítání do devíti, přidám jednu a dostanu vyšší řád, seznámení s číselnými symboly, smyslové seznámení s principy početních operací, možnost začít operace zapisovat

- 10) Úvodní podnos k perlovému materiálu
- 11) Číselné symboly
- 12) Devítkový podnos
- 13) Velký perlový materiál
- 14) Známková hra

### **3. OBLAST – přirozené uspořádání čísel 1 – 1000 - numerace**

- probíhá většinou paralelně s 2.oblastí, zaměřuje se na počítání po jedné v přirozeném uspořádání do 1 000, v Montessori terminologii tzv. „lineární počítání“, a orientaci v číselné řadě, nepřímá příprava na násobení a mocniny (tzv. „přeskakované počítání“), smyslová zkušenost s „čtvercovými čísly“

- 15) Seguinova tabulka I
- 16) Seguinova tabulka II
- 17) Stovkový řetěz
- 18) Stovková tabule
- 19) Tisícový řetěz
- 20) Barevné násobkové řetězy

### **4. OBLAST - početní operace (+, -, x, :)**

- s využitím již získaných vědomostí a zkušeností s čísly se dítě seznamuje se základními početními operacemi s jednocifernými čísly

- 21) Sčítací had
- 22) Proužková sčítací tabule
- 23) Prstové sčítací tabulky – plná, poloviční, diagonála, prázdná
- 24) Sada příkladů – sčítání
- 25) Odčítací had
- 26) Odčítací proužková tabulka
- 27) Prstové odčítací tabulky
- 28) Sada příkladů – odčítání
- 29) Tabulka na násobení
- 30) Velká korálková krabice
- 31) Prstové násobkové tabulky – plná, poloviční, prázdná
- 32) Násobková tabule červená – tzv. Pythagorova tabulka
- 33) Sada příkladů – násobení
- 34) Dělicí dřevěná tabulka s figurkami
- 35) Prstové dělicí tabulky – plná, prázdná
- 36) Sada příkladů – dělení

### **5. OBLAST – přechod k abstrakci - numerace a početní operace**

- na základě předchozích aktivit dítě směřuje k odpoutání se od názorných pomůcek a začíná pracovat v abstraktní rovině, nejprve s pomocí počítadel a potom pouze s pomocí zapsaných číselných symbolů

- 37) Malé řádové počítadlo
- 38) Velké řádové počítadlo
- 39) Hierarchie čísel od 1 do 1 000 000
- 40) Písemné počítání

## **6. ZLOMKY**

- získání představy o zlomcích na základě smyslového prožitku, seznámení se vztahy mezi celkem a zlomky a zlomky mezi sebou, seznámení s názvy zlomků, jejich číselným zápisem, možnost provádět s nimi základní početní operace.

### ***1.4.2. CHARAKTERISTIKA MONTESSORI POMŮCEK***

#### **1.4.2.1. SMYSLOVÝ MATERIÁL**

- a. Válečky s úchyty

Obrázek I



- b. Růžová věž

Obrázek II



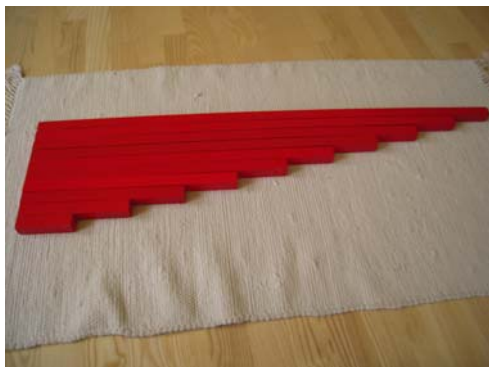
c. Hnědé schody

Obrázek III



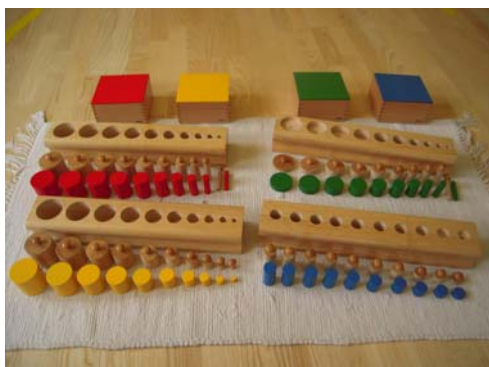
d. Červené tyče

Obrázek IV



e. Válečky bez úchytů - čtyři sady barevných válečků, pracuje se s nimi samostatně i dohromady s „Válečky s úchyty“, jak je vidět na obrázku

Obrázek V

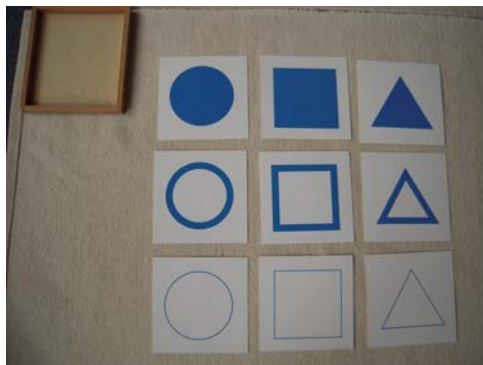


- f. Geometrická komoda – děti se seznamují s „tvarý“ nejprve pouze smyslově – dotykem a později i s názvy geometrických tvarů, na obr.VIb jsou karty s obrysy

Obrázek VIa



Obrázek VIb



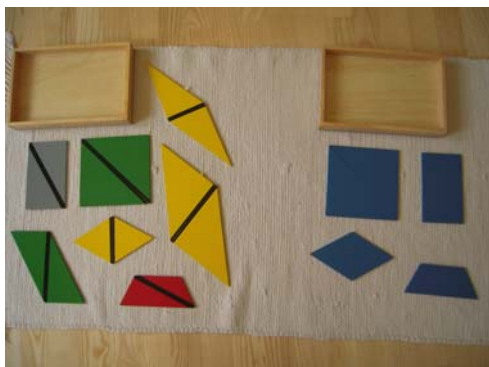
- g. Geometrická tělesa  
h. Základny geometrických těles

Obrázek VII



- i. Obdélníková (čtyřúhelníková) krabice, Obdélníková krabice modrá, Trojúhelníková krabice, Malá šestiúhelníková krabice, Velká šestiúhelníková krabice, Obdélníková krabice – modré pravoúhlé trojúhelníky

Obrázek VIIa



Obrázek VIIb





Obrázek VIIIc



- j. Krabičky s barevnými destičkami (1.základní barvy, 2.základní a doplňkové, 3.odstíny devíti barev)

Obrázek IX



- k. Binomická krychle a Trinomická krychle

Obrázek X



# 1. Smirkové destičky

Obrázek XI



## m. Stereognostické sáčky

Obrázek XII



n. Hmotnostní destičky - na obr.XIII vlevo, každá krabička obsahuje destičky stejné hmotnosti, děti je porovnávají mezi sebou

o. Termické destičky na vnímání teploty (na obr.XIII vpravo) a Termické nádoby - dvě sady nádob, naplněné vodou různé teploty od studené po velmi teplou

Obrázek XIII



p. Zvukové válečky

Obrázek XIV



q. Zvonky

Obrázek XV



r. Chuťové skleničky - dvě sady skleniček s ochucenou vodou. Děti ochutnávají a hledají dvojice stejných chutí (sladká, slaná, kyselá, hořká).

s. Barevné geometrické tvary

Obrázek XVIa



Obrázek XVIb



### **1.4.2.2. MATEMATIKA**

#### **Osnova charakteristiky**

Popis: Každá pomůcka je zobrazena na fotografii a doplněna slovním popisem tak, aby bylo zřejmé, jaké termíny jsou při práci s ní používány při prezentaci v Diplomovém Montessori kurzu a které pojmy při práci s ní hrají roli.

Účel: Pomůcky slouží k více účelům, pro potřeby této práce uvádím účel pomůcky pro rozvoj předmatematické a školně matematické gramotnosti.

Aktivita: Příklady aktivit jsou uvedeny dle DMK v doporučeném pořadí a s použitím terminologie, prezentované v rámci kurzu.

#### **1. OBLAST – počítání do deseti**

##### **1) Červenomodré tyče**

Obrázek 1



Popis: Deset tyčí (kvádrů) o hraně 2x2cm a délce od 1dm do 1m, kdy nejkratší tyč je červená a následující tyč je vždy o 1dm delší než tyč předcházející a pravidelně se střídají modré a červené části. Tyče se pokládají tak, aby úplně vlevo byla vždy červená a aby začínaly na stejné úrovni.

Účel: Tyče jsou určeny k upevnění představy rostoucí kvantity ve spojení s číslem, k naučení a upevnění číselné řady do deseti a k první přípravě na početní operace (práce s celkem a jeho částmi, rozklad čísel do deseti na dva sčítance a kompletace). Numerace a úvod do početních operací.

Aktivita: Dítě se s tyčemi seznamuje postupně. Učitelka mu ukáže, jak se tyče přenášejí a společně přenesou na kobereček po jedné všech 10 tyčí. Pokládají je „rozházeně“. Nejprve učitelka dítě vyzve, aby tyče uspořádalo od nejkratší k nejdelší tak, aby každá následující tyč byla delší, než ta předchozí. Nejkratší tyč leží nejbližší dítěti.

1. Při první ukázce se dále pracuje většinou s prvními třemi tyčemi: učitelka vezme nejkratší tyč, položí ji před sebe, položí na ni ruku nebo ji přejede dvěma prsty a řekne „jedna“. Položí před sebe druhou tyč a řekne „dva“: položí ruku na červenou část a řekne „jedna“, pak položí ruku na modrou část a řekne: „dva“. Nyní učitelka podle zájmu a zralosti dítěte buď pokračuje další tyčí stejným způsobem a se třemi tyčemi provede tzv. trojstupňovou lekci, nebo lekci realizuje pouze s prvními dvěma tyčemi. Dítě se tímto způsobem postupně seznámí se všemi deseti tyčemi a jejich názvy.

2. Následuje práce na dvou koberečcích, kdy dítě rozloží tyče na jednom koberečku a podle pokynů učitelky vždy vybere jmenovanou tyč (např. čtyři) a odnese ji na druhý kobereček. Postupně dítě odnese všechny tyče a potom je opět podle pokynů učitelky nosí zpět. Tuto aktivitu mohou provádět spolu dvě děti bez pomoci učitelky.

3. Učitelka ukáže na jednu tyč a požádá dítě, aby ji pojmenovalo. Dítě spočítá dílky a tyč pojmenuje nebo počet dílků určí naráz. Učitelka ukazuje na tyče v libovolném pořadí a ujistí se, že dítě zvládne pojmenovat všechny.

4. Učitelka vyzve dítě, aby jí podalo např. tyč tři. „Podej mi tyč o jeden díl delší.“ „Podej mi tyč kratší, než je tato.“ „Podej mi tyč, která je v řadě hned za touto.“...

## 2) Smirkové číslice

Obrázek 2



Popis: Sada deseti destiček o rozměrech 9x12cm, na každé z nich je jedna z číslic 0-9 ze smirkového papíru (nebo sametu).

Účel: Číslice slouží k seznámení s číselnými symboly. Numerace.

Aktivita:

1. Při prvním seznámení pracujeme s číslicemi 1, 2, 3 – učitelka před sebe položí destičku s číslicí 1, pojmenuje ji „toto je jednička“, potom ji přejede dvěma spojenými prsty (ukazovák a prostředník), jako by ji psala a název zopakuje. Vyzve dítě, aby postup zopakovalo. Stejným způsobem pracuje s číslicí 2 a potom 3.
2. Následuje třístupňová lekce, postupně se všemi číslicemi. Při každé další příležitosti, kdy dítě s číslicemi pracuje, s ním učitelka vždy nejprve zopakuje číslice, se kterými pracovali minule a potom přidá další podle schopností dítěte.
3. Můžeme si přinést táč s krupicí a psát číslice i do krupice, případně na papír, tabuli...

### 3) Červenomodré tyče a číslice

Obrázek 3



Popis: Červenomodré tyče a sada karet se zapsanými čísly 1-10.

Účel: Spojení modelu čísel s číselnými symboly. Numerace.

Aktivita: Předpokladem ke spojení tyčí a číslic je zvládnutí dvou výše zmíněných pomůcek. Dítě musí bezpečně ovládat práci s tyčemi i s číslicemi.

1. Tyče se vyrovnají na koberečku a dítě ke každé přiřazuje odpovídající symbol.
2. Dítě pracuje na dvou koberečkách a nosí tyče k číslicím a naopak.
3. Příprava na sčítání: dítě má tyče s číslicemi uspořádané na koberečku, učitelka posune tyč „10“ o kousek dál a přisune k ní tyč „9“ i s kartou s číslicí. Zeptá se dítěte, zda máme tyč, kterou bychom mohli k tyči „9“ přiložit, aby dosáhla stejné délky, jako



tyč „10“. Stejně přiložíme tyč „8“ a hledáme takovou, která ji doplní do 10 atd. až dojdeme k tyči „5“. Učitelka nechá dítě spočítat, jak dlouhou tyč bychom potřebovali, abychom mohli „5“ doplnit do 10ti. Když dítě spočítá pět, ukáže mu, že je možné tyč „překlopit“ a komentuje, že dvě tyče „5“ dají dohromady tyč „10“. (První náznak principu násobení.) Stejným způsobem skládáme další čísla (9, 8, 7...).

4. Příště můžeme odčítat – vyskládáme si všechny rozklady deseti a odčítáme. Umí-li dítě psát číslice, může si příklady i zapisovat. Jak říká Maria Montessori, fantazii učitele se dále meze nekladou a může vymýšlet hry a aktivity s tyčemi a děti počítají a počítají.

#### 4) Krabice s vřeténky

Obrázek 4



Popis: Krabice rozdělená na deset přihrádek, které jsou vedle sebe. Každá přihrádka je nadepsána číslicí, postupně 0-9. Krabička (košíček) obsahující 45 dřevěných vřetének a osm gumiček nebo červených stužek či provázků.

Účel: Seznámení s pojmem a symbolem „0“. Přiřazování určitého počtu objektů k danému číselnému symbolu – pochopení, že číslo může reprezentovat daný počet „volných“ prvků. Kvantita - narůstání objemu v dlani. Numerace.

Aktivita:

1. Přineseme na kobereček krabici s přihrádkami a potom krabici s vřeténky. Učitelka ukáže dítěti přihrádky a upozorní ho na číslice – ujistí se, že dítě symboly zná. Učitelka ukáže na číslici 1, řekne „jedna“ a vloží si jednou rukou do druhé jedno vřeténko. Sevře vřeténko v pěsti a zopakuje „jedna“. Vřeténko vloží do přihrádky a opět zopakuje

„jedna“. Potom ukáže na následující číslici – 2 a opakuje stejný postup. Pozve dítě, aby pracovalo samo.

2. Začneme opět od jednoho vřeténka v přihrádce „1“ – vyjmeme jej a s komentářem „jedna“ položíme před přihrádku, bereme po jednom vřeténka z další přihrádky: „jedna, dvě – patří k sobě“ a spojíme je gumičkou nebo svážeme a řekneme „dvě“, stejně pokračujeme až k devíti. Dítě může srovnávat počty – dáme mu do jedné ruky dvě vřeténka a do druhé osm, můžeme realizovat se zavřenýma očima a dítě hádá, v které ruce má víc, může zkusit odhadnout kolik. Při úklidu učitelka může požádat dítě, aby jí podávalo vřeténka střídavě z přihrádek v přeházeném pořadí.

3. Učitelka neupozorňuje dítě na první přihrádku s číslicí 0, ale čeká, až se dítě zeptá „A co patří sem?“ Potom se ho může zeptat, zda mu zbyla nějaká vřeténka, „co myslíš?“, „víš, co to je za číslo?“... řekne dítěti „nic – nula je nic“... V ideálním případě učitelka umožní dítěti, aby samo přišlo na to, že „nula je nic“.

4. Nabídneme dítěti pracovní listy – ukázka viz příloha P2.

## 5) Hra na upevnění pojmu „nula“

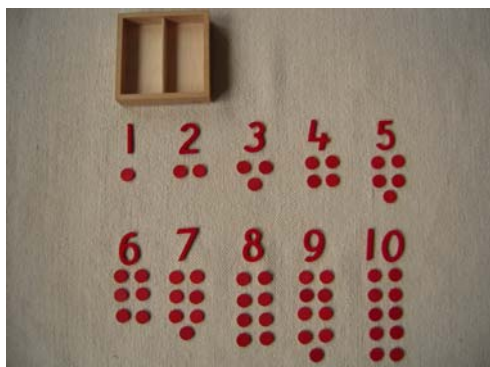
Popis: Bez pomůcek.

Účel: Upevnění pojmu „nula“. Numerace.

Aktivita: Pracujeme nejlépe se skupinkou dětí (lze hrát i s jedním). Učitelka říká, kolikrát má dítě udělat určitý pohyb nebo zvuk: např. „tříkrát tleskni“, „pětkrát vyskoč“, „nulakrát mě pohlad“, „šestkrát dupni“... a děti reagují.

## 6) Sudá a lichá čísla

Obrázek 6a



Obrázek 6b





Popis: Krabíčka s červenými dřevěnými číslicemi 1-9 a 1 a 0 (pro sestavení desítky), a 55 červenými žetony. Kontrolní karty.

Účel: Upevnit představu, že číslo je tvořeno daným počtem prvků. Ukázat dítěti, co jsou sudá a lichá čísla. Nepřímo příprava na dělitelnost čísel. Numerace.

Aktivita:

1. Dítě uspořádá číslice do řady, jak následují čísla za sebou od 1 do 10. Učitelka ukáže dítěti, jak budou ke každému číslu přiřazovat odpovídající počet žetonů – pod číselný symbol, viz obrázek (při vyskládávání žetonů můžeme použít komentář: pokládáme-li sudý žeton: „dáme mu kamaráda“, pokládáme-li poslední lichý žeton: „ten nemá kamaráda“, v DMK se také užívá formulace „tomu říkáme pár – toto je nepár“). Následuje ukázka, kdy učitelka jede ukazovákem od číslice 1 dolů a zastaví prst u žetonu se slovem „lup“, pokračuje stejným způsobem u číslice 2, ale zde prst „projede“ mezi žetony se slovem „sssss“. Dítě vidí, jak se střídá „lup“ a „sssss“. Můžeme použít velkou kartu (viz obr.) jako kontrolu – zejména při samostatné práci dětí.
2. Lze použít také kartičky s puntíky uspořádanými stejně, jako žetony při první ukázce – kartičky vyskládáme do řady a opakujeme postup jako při práci s žetony, doplníme však o kartičky s písmeny L a S – ke každému číslu po „projetí“ prstem se slovním doprovodem přiložíme kartičku – k lichým číslům L a k sudým S. Otočením kartiček si můžeme zkontrolovat správnost. Také lze kartičky se sudým počtem puntíků posunout níže a vytvořit z nich druhou řadu. Děti samy přijdou na to, že se sudá a lichá čísla pravidelně střídají.
3. Děti čtou nahlas jen lichá, nebo jen sudá čísla, střídají se dvě děti, nahlas liché a potichu sudé...

## 7) Pyramida – barevné korálkové schody

Obrázek 7



Popis: Krabička s barevnými korálky.

Účel: Počítání do deseti. Barevné odlišení má dítěti pomoci při orientaci a usnadnit rozlišení a poznání počtu korálků v každé „tyčince“. Numerace a příprava na početní operace.

Aktivita:

1. Položíme krabičku na podložku na stole (do levého horního rohu) a otevřeme. Učitelka vezme do ruky jeden červený korálek a řekne „jedna“, položí korálek na podložku. Vezme zelené korálky, řekne „dva“ a položí je těsně pod červený korálek. Stejně postupuje s dalšími korálky v pořadí 3-9, až sestaví na podložce pyramidu. (Podle zralosti dítěte může vyskládat pouze část.) Poté použije třístupňovou lekci.
2. Použijeme pracovní listy, kde je nakreslená pyramida a děti vybarvují korálky odpovídajícími barvami.
3. Použijeme korálky k rozkladu celku – zkoumáme, které dvě „tyčky“ mohou být stejně dlouhé (mají stejný počet korálků) jako jedna nebo naopak.
4. Učitelka říká příklady sčítání a dítě počítá. „Když máš tři korálky a dva korálky, kolik je to dohromady?“
5. Propojíme korálky s číselnými symboly. Nabídneme pracovní listy s korálkovými „tyčkami“ nakreslenými v přeházeném pořadí a dítě spojuje „tyčky“ s odpovídajícími číslicemi a korálky vybarvuje (viz příloha P3).

## 8) Malé červenomodré tyče

Obrázek 8



Popis: Tato pomůcka je zmenšenou verzí Červenomodrých tyčí a umožňuje dětem pracovat se známým materiálem na menším prostoru (u stolu).

Účel: Především základní početní operace do deseti. Numerace a příprava na binární operace.

Aktivita: Rozklady čísel, sčítání a odčítání – viz Červenomodré tyče a číslice

## 9) Paměťová hra

Popis: Soubor libovolných různorodých drobných předmětů, lístky s čísly 0-10.

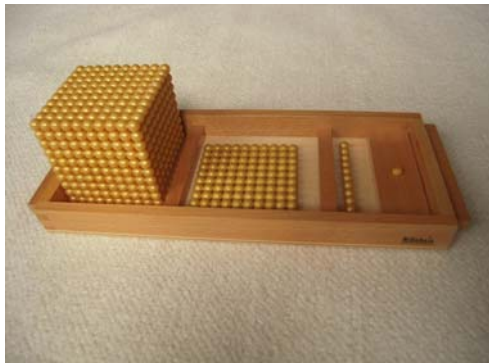
Účel: Procvičení zapamatování si čísel, spojení symbolu a počtu prvků. Numerace.

Aktivita: Pracujeme se skupinkou dětí. Učitelka nejprve vysvětlí pravidla. Potom si každé dítě vezme z košíku právě jeden lístek s číslem, podívá se na své číslo, lístek opět přeloží, položí na svou podložku a jde ke stolu, kde jsou rozloženy drobné předměty, na svou podložku odnese tolik předmětů, kolik odpovídá číslu na jeho lístku. Než jdou děti pro předměty, učitelka se může každého zeptat, zda si pamatuje své číslo. Dítě, které má číslo „0“, může zůstat sedět nebo také jít ke stolu s předměty, ale nic si nepřinese. Děti by měly předměty, které si přinesly, poskládat na podložku stejným způsobem, jako se skládají žetony u pomůcky „sudá a lichá čísla“. Když se všichni vrátí a posadí se, společně zkontrolují, že všichni přinesli odpovídající počet předmětů.

## **2. OBLAST - uvedení do desítkové soustavy 11 – 1 000 (9 999)**

### **10) Úvodní podnos k perlovému materiálu**

Obrázek 10



Popis: Táč se zlatým perlovým materiálem: jedna jednotka (zlatá perlička), jedna desítka (deset spojených perliček), jedna stovka (sto perliček spojených v „destičku“ o straně 10 perliček) a jedna tisícovka (krychle z tisíce perliček).

Účel: Seznámit děti s pojmy „jednotka“, „desítka“, „stovka“, „tisícovka“ a nalezení souvislostí a vztahů mezi nimi. Smyslová zkušenost s kvantitou. Numerace.

Aktivita:

1. Položíme podnos s materiálem do levého horního rohu koberečku (zleva je „tisícovka“, „stovka“, „desítka“ a vpravo je „jednotka“). Učitelka vezme do ruky „jednotku“ a pojmenuje ji: „toto je jednotka“. Dá ji dítěti do ruky, aby cítilo, jak je malinká. Několikrát opakuje slovo „jednotka“ a i dítě je opakuje. Učitelka vezme „desítku“ a pojmenuje ji. Ukáže dítěti, že desítka se skládá z deseti jednotek – může přikládat „jednotku“ a počítat (1, 2, 3 -10). Dítě si ji vezme také do ruky a opakuje „desítka“. Stejně postupujeme u „stovky“ – „Kolik se sem vejde desítek?“ – můžeme je přikládat na „destičku stovky“ a počítat do deseti. Děti mohou spočítat i jednotlivé perličky. Stejně jako předchozí jednotky, prozkoumají i „stovku“ hmatem. Vezmeme tisícovkovou krychli a spočítáme, kolik se do ní vejde „stovek“. Pojmenujeme ji. Potěškáme ji. Učitelka i dítě opakují „tisícovka“. Dáme dítěti do jedné ruky jednu „tisícovku“ a do druhé jednu „jednotku“ a necháme je porovnat. Stejně porovnáme i ostatní perličky.

2. Využijeme třístupňovou lekci k osvojení pojmů.

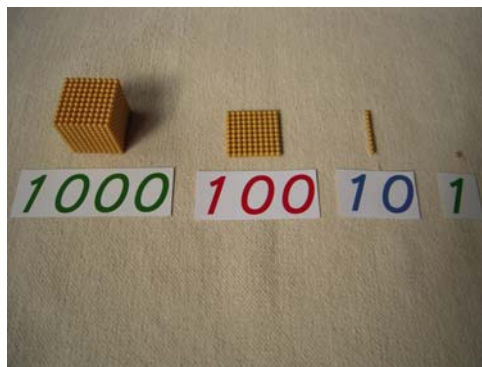
3. Pokračujeme ve zkoumání a porovnávání materiálu.

## 11) Číselné symboly na kartách

Obrázek 11a



Obrázek 11b



Popis: Krabička obsahující plastové karty se zapsanými čísly – zelené jednotky 1-9, modré desítky 10-90, červené stovky 100-900 a zelené tisíce 1 000-9 000.

Účel: Seznámení se symboly a barevným kódováním. Propojení číselných symbolů s kvantitou (pomůcka „Úvodní podnos“). Numerace.

Aktivita:

1. Učitelka z krabičky vyjme kartu s číslicí 1 a pojmenuje ji: „Toto je jedna. Jedničku znáš. Je to jednotka a je vždy zelená.“ Vyjme kartu s číslem 10: „Toto je desítka, tu také znáš. Desítky mají jednu nulu a jsou vždy modré.“ Učitelka vyjme „100“: „Toto je stovka. Stovky mají dvě nuly a jsou červené.“ Totéž s „1 000“.
2. Použijeme třístupňovou lekci k osvojení názvů symbolů.
3. Propojíme symboly s perlovým materiálem na úvodním podnose. Přineseme úvodní podnos i krabičku s čísly a vyjmemme karty s čísly 1, 10, 100 a 1 000. Číselné symboly učitelka postupně přiřazuje k perličkám a postup komentuje. Položí na kobereček jednu „jednotku“: „Toto je jedna.“ Vezme kartu s číslicí 1: „Takhle se jedna napíše“ a položí ji pod „jednotku“. Stejně pokračuje s „desítkou“, „stovkou“ a „tisícem“. Následují aktivity na upevnění spojení perliček a symbolů. Dítě přiřazuje perličky k symbolům a naopak (viz aktivita č.2 u popisu pomůcky č.3). Pojmenovává je a umísťuje ve správném pořadí.
4. Když si je dítě jisté umístěním jednotek, desítek, stovek a tisíců a počtem nul každého řádu, přistoupí učitelka ke spojení čísel v jeden symbol – poskládá karty na sebe a vytvoří číslo „1 111“.

## 12) Devítkový podnos

Obrázek 12



Popis: Táč se zlatým perlovým materiálem – devět „jednotek“, devět „desítek“, devět „stovek“ a jedna tisícovková krychle

Účel: Pochopení vztahů mezi řády. Numerace.

Aktivita:

1. Počítáme jednotky „1,2,3...9“ – „Co se stane, když přidáme ještě jednu jednotku?“ – budeme mít desítku. „Máme tady někde desítku?“ Přiložíme jednu „desítku“ vedle devíti „jednotek“. Stejně postupujeme s „desítkami“ a „stovkou“, a se „stovkami“ a „tisícovkou“. Děti získají zkušenost, že „jednotek“ je nanejvýš devět, pak už je to jedna „desítka“ atd.
2. Přineseme si i pomůcku „Úvodní podnos“ a k devíti „jednotkám“ přidáme jednu z „Úvodního podnosu“. „To je desítka. To už znáš.“ Přiložíme „desítku“ k deseti perličkám a vyměníme. Stejně postupujeme s „desítkami“ a „stovkou“ a se „stovkami“ a „tisícovkou“.
3. Hra: „vezmi 5 jednotek“, „vrať“... „vezmi 9 jednotek“ – dítě vidí „prázdný řád“, opakujeme se všemi jednotkami. Kombinace dvou a více řádů „vezmi dvě jednotky a tři desítky“, „vezmi čtyři jednotky, pět desítek a osm stovek“...
3. Jestliže děti ovládají práci s perličkami, představíme číselné symboly. Nejprve jednotky: „tato čísla znáš“ – necháme dítě, aby je vyskládalo pod sebe do řady ve vzestupném pořadí (shora 1, 2, 3...9). „Desítku také znáš.“ Pracovalo-li již dítě se Seguinovými tabulkami, zná desítkové symboly a může je vyskládat vlevo vedle jednotek. Ne-li, pojmenujeme symboly s použitím terminologie „jedna desítka“, „dvě desítky“ atd. a přitom karty pokládáme vlevo vedle karet s číselnými symboly



jednotek. Stejně postupujeme se „stovkami“ a „tisíci“ a používáme termíny „jedna stovka“, „dvě stovky“..., „jedna tisícovka“, „dvě tisícovky“... Také můžeme karty postupně pojmenovávat a pokládat lícem dolů na hromádku a ne do řady pod sebe.

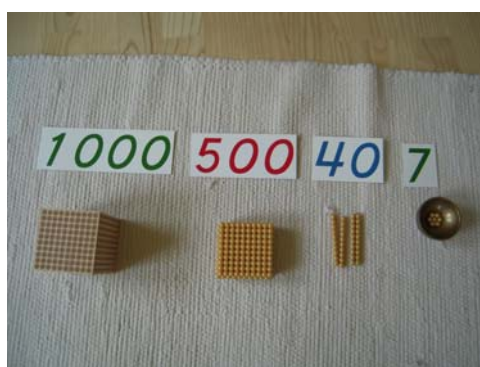
4. Propojíme práci s perlovým materiálem a číselnými symboly – podobně jako u předchozí pomůcky v aktivitě č.3.

### 13) Velký perlový materiál

Obrázek 13a



Obrázek 13b



Obrázek 13c



Obrázek 13d



Obrázek 13e



Popis: 100 zlatých perliček v krabičce, 45 zlatých „desítek“ v krabičce, 10 zlatých perlových „stovek“, 45 dřevěných destiček velikosti perlových „stovek“, 1 zlatá perlová „tisícovka“, 9 dřevěných krychlí stejné velikosti jako perlová „tisícovka“, tři krabičky s malými kartami se zapsanými čísly 1-3 000, jedna s malými kartami se zapsanými čísly 1-9 000, jedna s velkými kartami se zapsanými čísly 1-1 000 a jedna s velkými kartami se zapsanými čísly 1-9 000, tři dřevěné tácy a šest mističek.

Účel: Orientace v číslech 1-9 999, příprava na početní operace sčítání, odčítání, násobení a dělení. Spojení množství a číselných symbolů. Numerace a příprava na početní operace.

Aktivita:

1. Dítě se seznamuje s materiálem: přeneseme perlový materiál na kobereček, na druhý kobereček si položíme tácy (pro každého jeden). Učitelka ukáže, jak se vybírá materiál k práci – např. „vezmu si tři jednotky, dvě desítky, pět stovek a jednu tisícovku“, učitelka dojde se svým tácem ke koberečku s materiálem a popsany materiál si vyskládá na svůj tác – „jednotky“ vpravo v mističce, nalevo od nich „desítky“, pak „stovky“ a úplně vlevo „tisíce“, tác přenese zpět na druhý kobereček. Řekne dítěti, kolik materiálu si má vzít. Když dítě materiál přinese, požádá ho, aby jí řeklo, kolik materiálu si přineslo. Takto může pracovat několik dětí společně.

2. Jestliže děti ovládají práci s materiálem, propojíme práci s perlovým materiálem a kartami se symboly. Postup je shodný jako v bodě 1, ale pokračujeme tím, že dítě požádáme, aby vybralo číslice odpovídající množství materiálu, který má před sebou. Také můžeme dítěti předložit karty s čísly a požádat ho, aby si přineslo materiál v odpovídající hodnotě. Řekneme dítěti čísla a ono si přinese nejprve karty s čísly a potom perlový materiál. Můžeme pracovat s více dětmi najednou. Děti pracují samostatně, většinou ve skupinkách. Následujícím způsobem ukazujeme dětem, jak vzniká zápis čísla: dosud jsme pracovali s kartami jednotlivě – jedna karta pro každý řád. Chceme-li karty „spojit“ a vytvořit jeden číselný zápis, položíme kartu „stovek“ na kartu „tisíců“, na kartu „stovek“ položíme kartu „desítek“ a na ni kartu „jednotek“. Karty pokládáme na sebe a zarovnáujeme k levému okraji. Když leží všechny na sobě, ukážeme dítěti „kouzlo“ – uchopíme hromádku karet oběma rukama, „postavíme“ ji na pravou hranu a posuneme karty, aby jednotlivé číslice byly na místě, které jim v zápisu čísla odpovídá.



3. Příprava na sčítání. Pracují alespoň dvě děti nebo učitelka s dítětem. Každý si přinese určité množství materiálu. Učitelka řekne: „ted’ by mě zajímalo, kolik toho máme dohromady“. Materiál můžeme shrnout na jednu hromadu nebo jen dávat postupně dohromady. Počítáme od jednotek. Zpočátku volíme taková čísla, aby nedocházelo při počítání dohromady k přechodu řádů – tzv. „statické sčítání“. Když se děti seznámí s principem „dávání dohromady“, můžeme přistoupit k přechodu řádů – tzv. „dynamické sčítání“. Získáme-li spočítáním všech jednotek např. 12, upozorníme dítě, že jednotek může být nejvíce devět – „potom už je to jedna desítka“. My tady můžeme deset „jednotek“ vyměnit za jednu „desítku“ – dítě vezme mističku s deseti „jednotkami“ a dojde k prvnímu koberečku, kde „jednotky“ vymění za jednu „desítku“. Stejně postupujeme při výměně vyšších řádů. (Můžeme zařadit hru „Deset a stop“, kdy děti procvičují přechody a výměnu deseti jednotek nižšího řádu za jednu jednotku vyššího řádu.) Později přidáme i práci s kartami s čísly – děti používají malé karty a součet se znázorní velkými kartami. Nakonec položíme čísla pod sebe a oddělíme výsledek proužkem bílého nebo červeného papíru. Můžeme dětem ukázat znaménko plus. Můžeme dětem na papír napsat příklady (používáme barevné kódování řádů při zápisu čísel – zelená, modrá, červená) nebo použijeme pracovní knížečky vytvořené MŠ Kladno (2000) – viz obr.13d.

4. Příprava na odčítání. Dítě si přinese určité množství materiálu a učitelka ho požádá, aby jí jistou část dalo: „Dej mi dvě jednotky, jednu desítku, tři stovky a jednu tisícovku. Kolik ti zbylo?“ Děti pracují společně. Přidáme k práci karty s čísly a postupujeme jako u předchozí aktivity, přidáme znaménko minus. (Na sestavení čísla, které představuje menšence použijeme velké karty a menšitel i rozdíl jsou z malých karet.) Můžeme mít na papíře napsané příklady nebo použijeme knížečky (MŠ Kladno 2000).

5. Příprava na násobení. Pracují alespoň dva – oba si přinesou stejné množství materiálu – např. perličky v hodnotě 2 221 (učitelka jim může pošeptat, kolik si mají přinést a děti pak samy vidí, že mají stejně). Když ho dají dohromady, učitelka se dětí zeptá, kolikrát sem daly stejné množství. „Můžeme to říci a napsat jednodušeji:  $2\,221 \times 2$ .“ („x“ rozumíme znaménko „krát“) Učitelka si přinese stejné množství materiálu, jako měly děti (2 221) a přidá jej k jejich materiálu – „Ted’ máme  $2\,221 \times 3$ “. Dětem nabídneme příklady na kartičkách nebo jim nějaké napíšeme (použijeme knížečky Kladno 2000).

6. Příprava na dělení. Dítě si přinese určené množství materiálu (učitelka mu řekne, kolik, nebo mu předloží napsané číslo). „Nyní tento materiál rozděl mezi dva kamarády. Máme dvě pravidla, jak to udělat: 1. začínáme od nejvyššího řádu, 2. rozdělujeme spravedlivě.“ Učitelka představí nové znaménko pro dělení. Dělenec a dělitel složíme z velkých karet a výsledek z malých. Nabídneme dětem příklady na kartičkách nebo jim nějaké napíšeme (použijeme knížečky Kladno 2000).

#### 14) Znamková hra

Obrázek 14



Popis: Krabice rozdělená na šest částí: v jedné jsou zelené kartičky ve tvaru čtverce s číslem 1, v druhé jsou modré kartičky s číslem 10, ve třetí červené kartičky s číslem 100, ve čtvrté zelené kartičky s číslem 1 000, v páté zelené, modré a červené figurky a v šesté zelená, modrá a červená kolečka.

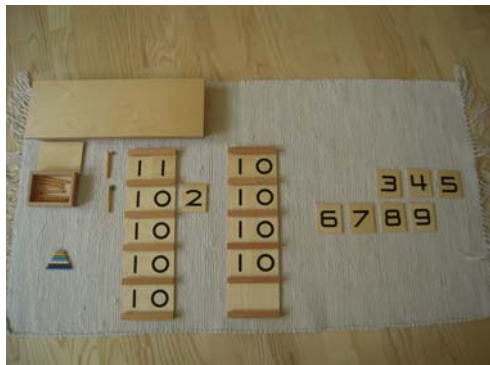
Účel: Procvičení početních operací (sčítání, odčítání, násobení a dělení) – krok k abstrakci. Numerace a příprava na početní operace.

Aktivita: Pracujeme stejně, jako s „velkým perlovým materiálem“ – známky jsou pouze „abstraktnější“ materiál. Při seznamování s tímto materiálem ukážeme dítěti, že kartičky představující stejný řád skládáme vždy pod sebe a mezi pátou a šestou necháváme mezeru (viz obr.14).

### **3. OBLAST – přirozené uspořádání čísel 1 – 1 000**

#### **15) Seguinova tabulka I**

Obrázek 15a



Obrázek 15b



Popis: Krabice obsahující dvě desky se zapsanými čísly 10 a destičky s číslicemi 1-9. Každá desítka má drážku, kam lze zasouvat destičky s číslicemi 1-9 (viz obr.15a).

Účel: Seznámení dítěte s číselnými symboly 11-19. Numerace.

Aktivita: Práci s touto pomůckou předchází práce s barevnými korálky, kdy se dítě naučí počítat do devatenácti a skládá modely čísel z korálků jak je uvedeno na obr.15b.

1. Na kobereček položíme krabici s deskami do levého horního rohu a vyjmeme desky. Položíme je pod sebe, aby prázdné pole bylo úplně dole, nebo vedle sebe. Vyjmeme destičky s číslicemi 1-9 a požádáme dítě, aby je srovnalo do řady, jak jdou za sebou. Vyzveme dítě, aby odříkalo čísla do devatenácti. „Naučíme se tato čísla napsat.“ „Tady máme desítku, po 10 následuje 11.“ Vezmeme 1 a zasuneme ji na místo nuly na první desítce na desce. Stejným způsobem pokračujeme s dalšími číslicemi.

2. Pracujeme s deskami a přidáme barevné korálky a čísla skládáme i z korálků – propojení symbolu a kvantity.

## 16) Seguinova tabulka II

Obrázek 16



Popis: Krabice obsahující desku se zapsanými čísly 10, 20, 30, 40, 50, desku se zapsanými čísly 60, 70, 80, 90 a destičky s číslicemi 1-9. Každá desítka má drážku, kam lze zasouvat destičky s číslicemi 1-9 (viz obr.16).

Účel: Upevnění číselných symbolů 11-19 a seznámení dítěte s číselnými symboly 21-99. Numerace.

Aktivita: Navazujeme na práci se „Seguinovou tabulkou I“.

1. Nejprve pracujeme s perlovým materiálem: počítáme perličky a postupně sestavujeme čísla od jedné do devadesáti devíti. Použijeme třístupňovou lekci, aby si dítě modely osvojilo.
2. Položíme pod sebe nebo vedle sebe desky s čísly 10-90 a do řady vyskládáme destičky s číslicemi ve vzestupném pořadí. Připomeneme počítání s perličkami a postupujeme podobně, jako u „Seguinovy tabulky I“, ale destičky s číslicemi zasouváme a vysouváme. (Doporučuje se nepřerušovat práci a celou řadu od 11 do 99 dokončit.)
3. Sestavujeme čísla v libovolném pořadí.
4. Propojíme práci s perličkami a číselnými symboly.

## 17) Stovkový řetěz

Obrázek 17



Popis: Řetěz obsahující 100 zlatých korálků uspořádaných po deseti, kdy „desítky“ jsou spojeny drátěnými očky. Krabíčka s kartičkami-šipkami se zapsanými čísly 1-100 (čísla 1-9 a 11-19 jsou na zelených kartičkách, 10, 20, 30... 90 jsou na modrých a 100 je na červené – viz obr. 17).

Účel: Upevnění číselné řady 1-100 a orientace v ní. Propojení počtu korálků s číselnými symboly. Numerace.

Aktivita:

1. Počítání jednotlivých korálků. Porovnání s perlovou „jednotkou“, „desítkou“.
2. Složení řetězu do čtverce a porovnání se „stovkou“-„desítkou“ z perlového materiálu.
3. Řetěz položíme na kobereček a přikládáme k perličkám kartičky-šipky se symboly 1-100.
4. Orientace v číselné řadě - učitelka se ptá dítěte „ve které desítce je číslo 8?“  
Přikládáme číslice v náhodném pořadí...

## 18) Stovková tabule

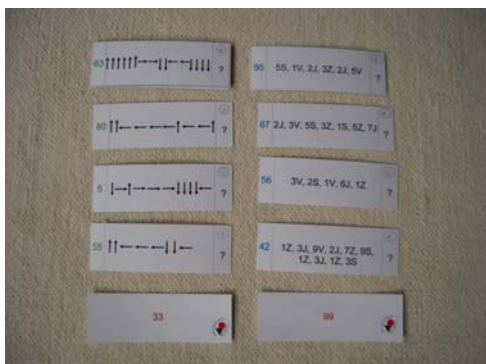
Obrázek 18a



Obrázek 18b



Obrázek 18c



**Popis:** Čtvercová deska s mírně vystouplým okrajem rozdělená na 100 čtverečků (10x10). Krabička s čtvercovými destičkami, na každé z nich je zapsáno číslo 1-100. Kontrolní tabulka s vyplněnými čísly a doplňkové materiály – viz obr.18b a 18c a příloha P4.

**Účel:** Upevnění číselné řady 1-100 v symbolech a orientace v ní. Numerace.

**Aktivita:** Při první ukázce vyskládáme destičky na podložku vedle velké desky a postupně hledáme po sobě jdoucí čísla a umisťujeme je do tabulky. Pro snazší orientaci je možné nejprve destičky srovnat do řad podle první číslice (do první řady čísla 1. desítky, pod ně čísla 2. desítky...)

2. Hra na „šipkovanou“: dítě položí prst na 1 a učitelka říká: „dva vpravo, tři dolů“ a dítě řekne, na jaké číslo „dojelo“. Mohou hrát děti spolu.

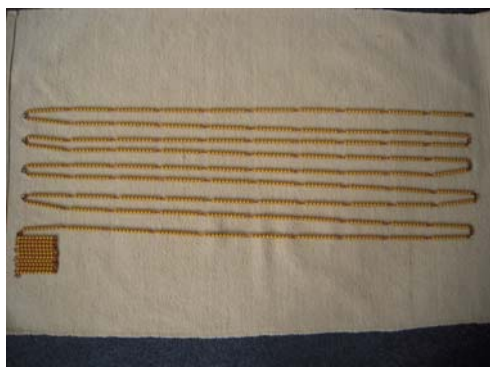
3. Učitelka pracuje s dítětem a nabízí varianty hledání a umisťování destiček: např. hledání daného čísla v plné tabulce, umisťování čísel v libovolném pořadí, skládání

podle určitého vzorce (např. každé druhé číslo, čísla pod sebou, čísla na diagonále, čísla po obvodu...)

4. Doplnění částečných tabulek. Další materiály viz obr. 18b a 18c

## 19) Tisícový řetěz

Obrázek 19a



Obrázek 19b



Popis: Řetěz obsahující 1 000 zlatých korálků uspořádaných po deseti, kdy „desítky“ jsou spojeny drátěnými očky a mezi každým stem korálků je ještě drátěný kroužek. Krabice s kartičkami s číslicemi 1-20 a dále všechny desítky do 1 000.

Účel: Upevnění číselné řady 1-1 000 a orientace v ní. Propojení počtu korálků s číselnými symboly. Numerace.

Aktivita:

1. Počítání jednotlivých korálků. Porovnání s perlovou „jednotkou“, „desítkou“, „stovkovým řetězem“.
2. Složení řetězu do čtverců, které se rovnají „stovkám“ z perlového materiálu (porovnání se „stovkou“). Můžeme řetěz poskládat i do tisícové krychle a porovnat s „tisícem“ z perlového materiálu.
3. Řetěz položíme na kobereček a přikládáme k perličkám kartičky se symboly 1-1 000.
4. Orientace v číselné řadě - učitelka se ptá dítěte např. „kde je číslo 37, 451...?“ Přikládáme kartičky-šipky v náhodném pořadí.



## 20) Barevné násobkové řetězy

Obrázek 20a



Obrázek 20b



Popis: Řetězy odpovídající modelům druhé a třetí mocniny čísel 1-10. „Destičky“- „čtverce“ představující modely čtvercových čísel a krychle představující modely třetí mocniny čísel. Ke každému řetězu je krabička s kartičkami-šipkami s násobky daného čísla.

Účel: Seznámení s malou násobilkou, druhou a třetí mocninou čísel do deseti v podobě modelů. Numerace a příprava na početní operace.

Aktivita:

1. Seznámení s materiálem: položíme řetězy na kobereček (první tři, postupně přidáváme dle zájmu dítěte) a počítáme korálky. Ukážeme dítěti, jak lze složit z řetězu „čtverec“ – přiložíme „čtverec“ z pyramidy (viz obr.20b) v odpovídající barvě.
2. Při počítání říkáme čísla potichu a jen u posledního korálku v každé „tyčce“ řekneme číslo nahlas.
3. Přiřazujeme ke korálkům kartičky-šipky s číselnými symboly. Čteme čísla na kartičkách.



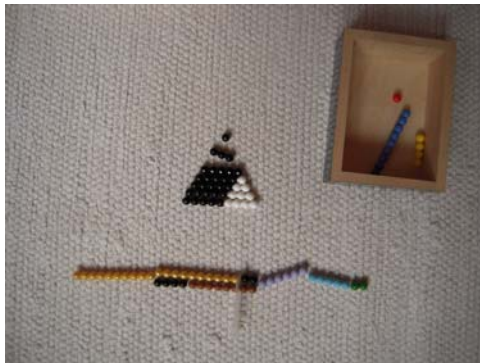
#### 4. OBLAST - početní operace (+, -, x, :)

##### **21) Sčítací had**

Obrázek 21a



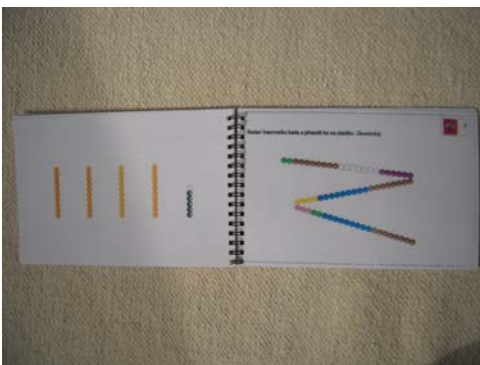
Obrázek 21b



Obrázek 21c



Obrázek 21d



Popis: Tácek se třemi krabičkami – v červené je pět sad barevných korálků, v černobílé jsou černobílé korálkové schody - „pomocníci“ (korálky 1-5 jsou černé, 6-9 jsou vždy 5 černých a ostatní bílé – pro snazší určení počtu korálků v „tyčince“) a ve zlaté krabičce je 23 zlatých „desítek“, plastový „počítací proužek“ (krabička na odkládání barevných korálků).

Účel: Příprava na sčítání, počítání po jedné do deseti, rozklad čísel do deseti a přechod přes desítku. Numerace a příprava na početní operace.

Aktivita:

1. Při první ukázce učitelka položí na kobereček několik korálkových „tyček“ vedle sebe jako „hada“ tak, aby součet korálků vedle sebe ležících „tyček“ byl vždy deset (např. 1, 9, 5, 3, 2, 7, 3, 8, 2). Pomocí počítacího proužku odpočítá 10 korálků zleva a vymění je za zlatou desítku. Barevné korálky položí stranou (do zvláštní

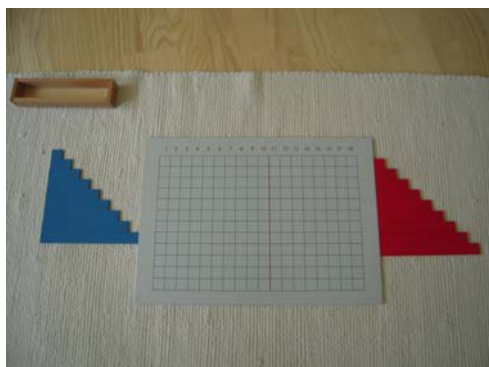
krabičky). Takto postupně vymění celého „hada“. Dítě může počítat a vyměňovat také. Na závěr s dítětem spočítá kolik desítek tvoří „hada“.

2. Vyskládáme černobílé korálky – „pomocníčky“ do pyramidy (bílé korálky jsou vždy vpravo). Je ideální, když se dítě zeptá, k čemu slouží – pracujeme se zájmem dítěte („To jsou pomocníci, ukážu ti, k čemu je budeme potřebovat.“). Učitelka opět položí na kobereček barevného hada nebo pozve dítě, aby nějakého složilo. Opět počítá do deseti a vyměňuje za zlaté desítky. V případě, že dopočítá do deseti a je u korálku uprostřed „tyčinky“, použije „pomocníčka“ – stejně dlouhého, jako je část „tyčinky“, která je vpravo od počítacího proužku. (viz.obr.21b)

3. Pracujeme stejně jako v bodě 2., ale provádíme kontrolu: po skončení výměny barevných korálků za zlaté otočíme zlaté desítky do svislé polohy a barevné korálky, z nichž se skládal původní had přiřazujeme k nim – kontrolujeme, zda jsme dobře počítali. Jestliže potřebujeme nějakou „tyčinku“ rozdělit na části, vyměníme ji za dvě či více „tyčinek“ potřebných délek, ale ve stejném celkovém počtu korálků. (např. had se skládal z tyčinek 1, 8, 7, 9, 5, 6, 4. Při kontrole můžeme vyměnit tyčinku 8 za tyčky 5 a 3 nebo tyčku 7 za 5 a 2...)

## 22) Proužková sčítací tabule

Obrázek 22



Popis: Deska rozdělená na čtverečky – nad sítí jsou nadepsána čísla 1-18 (nad každým čtverečkem jedno), za desátým sloupcem je červená čára, zvýrazňující přechod přes desítku (ostatní čáry jsou modré). Sítí má 12 řádků. Krabička s devíti modrými a devíti červenými dřevěnými proužky v délce odpovídající 1-9 čtverečkům. Na každém

proužku je vpravo číslice odpovídající jeho délce, červené proužky jsou rozděleny modrými čarami na čtverečky.

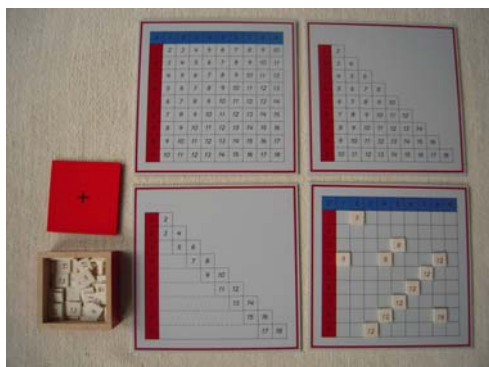
Účel: Procvičení rozkladu čísel do 18. Příprava na sčítání. Numerace a příprava na početní operace.

Aktivita:

1. Na tabulce skládáme proužky tak, abychom vytvořili rozklady čísla deset. Bereme po jednom modré proužky shora a pokládáme je na tabulku a přidáváme vždy červený proužek, abychom dostali dohromady deset dílků. Sestavujeme jiná čísla.
2. Položíme na tabulku modrou „jedničku“ a přikládáme postupně červené proužky – sledujeme, jak se nám mění „výsledek“. Stejně postupujeme s dalšími modrými proužky.
3. Sestavíme „tři“ z modrého proužku „jedna“ a červeného „dva“. „Můžeme složit tři ještě jinak?“ Pokračujeme s dalšími čísly až k osmnácti.
4. Použijeme příklady z pomůcky č. 24, každý znázorníme pomocí proužků a najdeme odpovídající výsledek v krabičce a přiložíme. Příklady může dítě zapisovat nebo může použít předtištěné tabulky viz příloha P7.

### 23) Prstové sčítací tabulky - plná, poloviční, diagonála, prázdná

Obrázek 23



Popis: Čtyři tabulky viz obr.23, krabička s kartičkami s čísly na doplnění prázdných tabulek.

Účel: Zopakování příkladů sčítání jednociferných čísel na abstraktní úrovni práce s číselnými symboly. Početní operace.

### Aktivita:

1. První tabulka: položíme jeden prst na „modré“ číslo a jeden na „červené“ číslo a posouváme prsty k sobě – shora dolů a zleva doprava, kde se prsty setkají, je výsledek součtu výchozích čísel.
2. S dalšími dvěma tabulkami pracujeme posouváním prstů podle šipek viz příloha P6.
3. Při práci s poslední tabulkou musí již dítě zvládnout počítat příklady z paměti. Poskládá kartičky s výsledky součtů čísel na základě postupu, který se naučilo při práci s předchozími tabulkami do prázdné tabulky a podle první tabulky si svou práci zkontroluje.

## 24) Sada příkladů - sčítání

Obrázek 24a



Obrázek 24b

1+1=2	2+1=3	3+1=4	4+1=5	5+1=6	6+1=7	7+1=8	8+1=9	9+1=10
1+2=3	2+2=4	3+2=5	4+2=6	5+2=7	6+2=8	7+2=9	8+2=10	9+2=11
1+3=4	2+3=5	3+3=6	4+3=7	5+3=8	6+3=9	7+3=10	8+3=11	9+3=12
1+4=5	2+4=6	3+4=7	4+4=8	5+4=9	6+4=10	7+4=11	8+4=12	9+4=13
1+5=6	2+5=7	3+5=8	4+5=9	5+5=10	6+5=11	7+5=12	8+5=13	9+5=14
1+6=7	2+6=8	3+6=9	4+6=10	5+6=11	6+6=12	7+6=13	8+6=14	9+6=15
1+7=8	2+7=9	3+7=10	4+7=11	5+7=12	6+7=13	7+7=14	8+7=15	9+7=16
1+8=9	2+8=10	3+8=11	4+8=12	5+8=13	6+8=14	7+8=15	8+8=16	9+8=17
1+9=10	2+9=11	3+9=12	4+9=13	5+9=14	6+9=15	7+9=16	8+9=17	9+9=18

Popis: Krabička s dvěma odděleními – jedno obsahuje kartičky, na kterých jsou příklady sčítání (všechny kombinace sčítanců 1-9) a druhé obsahuje kartičky s výsledky. Kontrolní deska se všemi příklady včetně výsledků. Sada devíti karet, na nichž jsou příklady uspořádány podle prvního sčítance viz příloha.

Účel: Procvičení sčítání jednociferných čísel. Numerace a početní operace.

Aktivita: Dítě příklady používá při práci s předchozími pomůckami, jak uvedeno výše. Když umí sčítat z paměti, může pracovat pouze s těmito kartičkami a kontrolovat si výsledky v tabulce.

## 25) Odčítací had

Obrázek 25



Popis: Tácek se čtyřmi krabičkami – v zelené je pět sad barevných korálků, v černobílé jsou černobílé korálkové schody – „pomocníčci“, ve zlaté krabičce je 23 zlatých desítek a v šedé krabičce je pět sad šedých korálků – „žrouti“ (podobné jako černobílé, ale místo černé jsou světle šedé a místo bílé jsou tmavě šedé), dvě krabičky na odkládání korálků.

Účel: Příprava na odčítání, počítání do deseti, rozklad čísel do deseti a přechod přes desítku. Numerace a příprava na početní operace.

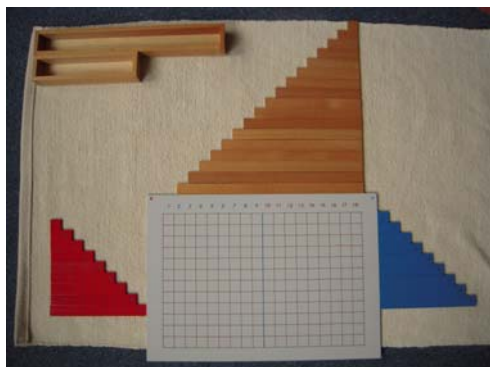
Aktivita:

1. Upozorníme dítě na podobnost pomůcky se „sčítacím hadem“ a vysvětlíme odlišnost (šedé korálky): „toto jsou žrouti, ti ‚žerou‘ ostatní korálky“. Sestavíme hada, který má na konci „žrouta“ (podle zralosti dítěte můžeme již při první ukázce zařadit „žrouty“ i doprostřed hada). Postupujeme jako u „sčítacího hada“ – vyměňujeme barevné korálky za zlaté, když dojdeme ke „žroutovi“, učitelka řekne: „Stop! Podívej, co udělá žrout.“ Otočí šedého „žrouta“ vlevo pod korálky a řekne dítěti, že „sežral tolik korálků, jak je dlouhý“. Ostatní korálky doplníme „pomocníčkem“ a žrouta spolu se „sežranými“ korálky odložíme do druhé krabičky, než kam jsme dosud odkládali vyměněné barevné korálky. Na závěr spočítáme kolik zlatých „desítek“ tvoří „hada“.

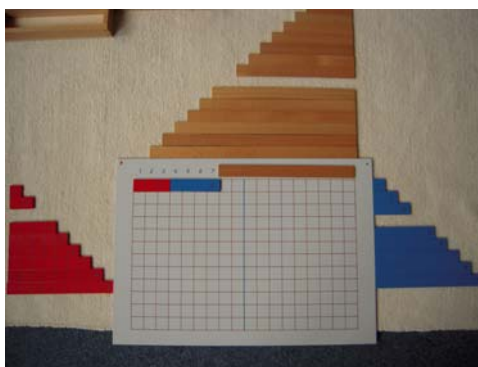
2. Pracujeme stejně, ale na závěr provedeme kontrolu (jako u „sčítacího hada“).

## 26) Odčítací proužková tabulka

Obrázek 26a



Obrázek 26b



Popis: Deska rozdělená na čtverečky – nad sítí jsou nadepsána čísla 1-18 (nad každým čtverečkem jedno), před desátým sloupcem je modrá čára (ostatní čáry jsou červené). Sítí má 12 řádků. Krabice s devíti modrými a devíti červenými dřevěnými proužky v délkách odpovídajících 1-9 čtverečkům. Na každém proužku je vpravo číslice odpovídající jeho délce, červené proužky jsou rozděleny čarami na čtverečky. Krabice s 18 dřevěnými proužky v přírodní barvě dřeva v délkách odpovídajících 1-18 čtverečkům.

Účel: Procvičení rozkladu čísel do 18 na dvě jednociferná čísla. Příprava na odčítání. Numerace a příprava na početní operace.

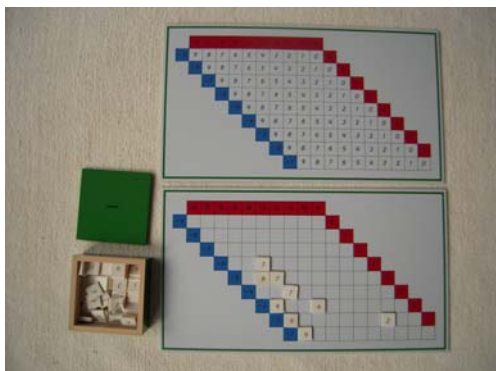
Aktivita:

1. Připravíme si tabulku a červené a modré proužky jako na obrázku 26a (bez přírodních proužků). První příklad bude 18-9. Učitelka ukáže dítěti, že když od osmnácti odebereme devět, „kolik nám zůstane?“ po jednom spočítáme čtverečky nebo je možné, že dítě zareaguje přečtením číslice 9 nad tabulkou. Učitelka jej vyzve, aby přiložilo k modrému proužku červený v hodnotě devíti čtverečků.
2. Pokračujeme dalšími příklady s použitím příkladů z pomůcky 28, nebo můžeme využít předtištěné karty jako v příloze P7, ale s příklady odčítání. Přírodní proužky používáme k zakrytí číselných symbolů nad tabulkou, abychom viděli číslo odpovídající menšenci v daném příkladu (viz obr.26b).
3. Děti mohou příklady zapisovat.



## 27) Prstová odčítací tabulka - plná, prázdná

Obrázek 27



Popis: Dvě tabulky viz obr.27, krabička s kartičkami s čísly na doplnění prázdné tabulky.

Účel: Zopakování příkladů odčítání jednociferných čísel na abstraktní úrovni práce s číselnými symboly. Početní operace.

Aktivita:

1. První tabulka: položíme jeden prst na „modré“ číslo a jeden na „červené“ číslo a posouváme prsty k sobě – shora dolů a zleva doprava, kde se prsty setkají, je výsledek odečtení „modrého“ čísla od „červeného“ (viz obr.27).
2. S druhou tabulkou pracujeme posouváním prstů stejným způsobem, ale dítě musí zvládnout počítat příklady z paměti. Poskládá kartičky s výsledky rozdílů čísel do prázdné tabulky a podle první tabulky si svou práci zkontroluje.

## 28) Sada příkladů - odčítání

Obrázek 28a



Obrázek 28b



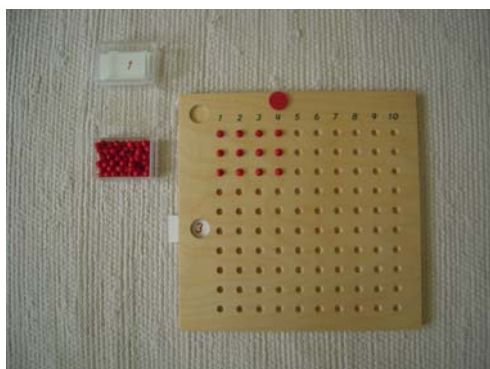
Popis: Krabička s dvěma odděleními – jedno obsahuje kartičky, na kterých jsou příklady odčítání (všechny kombinace odčítání jednociferných čísel do 18) a druhé obsahuje kartičky s výsledky. Kontrolní deska se všemi příklady včetně výsledků. Sada osmnácti karet, na nichž jsou příklady uspořádány podle menšence – na kartě 1 je příklad  $1-1=$ , na kartě 2 jsou  $2-1=$ ,  $2-2=$  atd.

Účel: Procvičení odčítání jednociferných čísel. Početní operace.

Aktivita: Dítě příklady používá při práci s pomůckou 26, jak uvedeno výše. Když umí sčítat z paměti, může pracovat pouze s těmito kartičkami a kontrolovat si výsledky v tabulce.

## 29) Tabulka na násobení

Obrázek 29



Popis: Dřevěná deska se sítí 10x10 „dolíčků“, nad každým sloupcem je číslo (1-10), v levém horním rohu je „jamka“ a v ní červený žeton, o něco níže je „okénko“ a ze strany podlouhlý otvor pro zasunutí kartičky (viz obr.29), krabička se stem červených korálků a krabička s kartičkami se zapsanými čísly 1-10.

Účel: Seznámení s principem násobení vytvářením modelů. Numerace a příprava na početní operace.

Aktivita: Počítáme příklady z pomůcky 33. Např.  $4 \times 3 = ?$ , položíme červený žeton nad čtyřku a do „okénka“ zasuneme kartičku s číslem 3. Z krabičky po jednom bereme korálky a vkládáme je do „jamek“ – nejprve tři pod jedničku, tři pod dvojku, tři



pod trojku a tři pod čtyřku. Spočítáme, kolik korálků jsme vložili do tabulky a najdeme kartičku s výsledkem, nebo jej zapíšeme.

### 30) Velká korálková krabice

Obrázek 30a



Obrázek 30b



Popis: Krabice s víkem rozdělená na deset oddělení, v jednom jsou červené perličky, v jednom zelené „dvojperličky“, v jednom růžové „trojperličky“... viz obr.30a.

Účel: Procvičení příkladů malé násobilky a druhé mocniny jednociferných čísel na úrovni práce s modely. Numerace a příprava na početní operace.

Aktivita: Jestliže dítě již pracovalo s „barevnými násobkovými řetězy“, navážeme na tuto práci.

1. Vezmeme zelené korálky – „jsou dva. Když přidáme dva, máme dvakrát dva korálky. Kolik je jich dohromady?“ Dítě je spočítá po jednom nebo určí počet naráz. Přidáme další dva zelené a pokračujeme až k deseti. Pokračujeme s dalšími „tyčkami“ korálků – s růžovými, žlutými...
2. Můžeme skládat násobky do řady vedle sebe a pod každý z nich položit „součin“ v podobě jako jsme skládali korálky u „Seguinových tabulek“ (viz obr.30b).
3. Vezmeme si k práci také „barevné násobkové řetězy“ a porovnáváme.

### 31) Prstové násobkové tabulky - plná, poloviční, prázdná

Obrázek 31



Popis: Tři tabulky viz obr.31, krabička s kartičkami s čísly na doplnění prázdné tabulky.

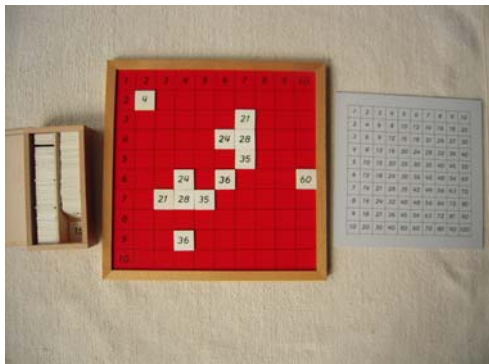
Účel: Zopakování příkladů malé násobilky na abstraktní úrovni práce s číselnými symboly. Početní operace.

Aktivita:

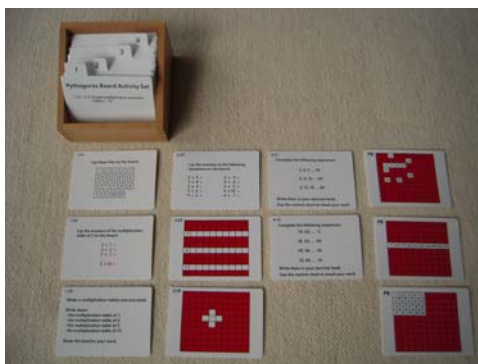
1. První tabulka: položíme jeden prst na „modré“ číslo a jeden na „červené“ číslo a posouváme prsty k sobě – shora dolů a zleva doprava, kde se prsty setkají, je jejich součin (viz obr.31).
2. S druhou tabulkou pracujeme podobně jako u „prstové sčítací tabulky“ č.2.
3. S třetí tabulkou pracujeme stejným způsobem, ale dítě musí zvládnout počítat příklady z paměti. Poskládá kartičky s výsledky do prázdné tabulky a podle první tabulky si svou práci zkontroluje.

### 32) Násobková tabule červená – tzv. Pythagorova tabulka

Obrázek 32a



Obrázek 32b



Popis: Čtvercová deska s mírně vystouplým okrajem rozdělená na 100 čtverečků (10x10). Krabička s čtvercovými destičkami, na každé z nich je zapsáno číslo, jsou zde výsledky příkladů malé násobilky. Kontrolní tabulka s vyplněnými čísly. Pracovní karty či listy s úkoly či s tabulkami částečně vyplněnými nebo částečně „červenými“, kam se doplňují jen čísla do bílých polí (viz obr.32b).

Účel: Numerace a početní operace.

Aktivita:

1. Na základě již získaných vědomostí dítě doplňuje do tabulky kartičky s výsledky na stejném principu, jako u „prázdné prstové násobkové tabulky“. Kontrolu provádí podle vyplněné kontrolní tabulky.
2. Dítě pracuje podle úkolů na pracovních kartách (viz obr.32b).

### 33) Sada příkladů - násobení

Obrázek 33



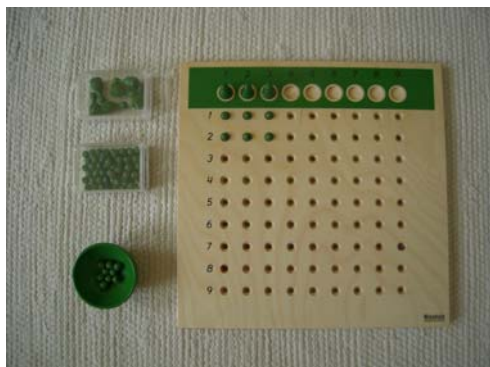
Popis: Krabička s dvěma odděleními – jedno obsahuje kartičky, na kterých jsou příklady násobení (všechny kombinace – malá násobilka 1-9) a druhé obsahuje kartičky s výsledky. Kontrolní karta se všemi příklady včetně výsledků.

Účel: Procvičení příkladů malé násobilky. Numerace a početní operace.

Aktivita: V mateřské škole se tato pomůcka používá především při práci s „tabulkou na násobení“.

### 34) Dělicí dřevěná tabulka

Obrázek 34



Popis: Dřevěná deska se sítí 9x9 „dolíčků“, před každým řádkem je číslice (1-9) a nad každým sloupcem je větší „jamka“ a nad ní číslice (také 1-9). Krabička s devíti zelenými hracími figurkami a krabička s jednaosmdesáti zelenými korálky. Malá zelená miska.

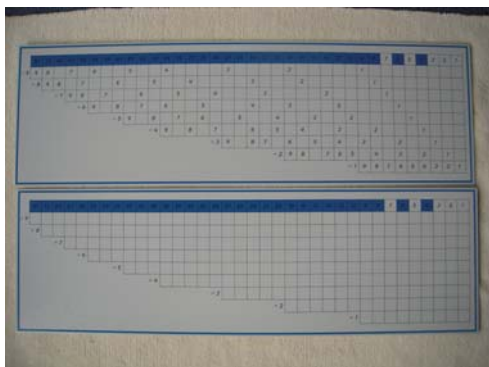
Účel: Procvičení dělení jednocifernými čísly, včetně dělení se zbytkem. Numerace, početní operace a dělení se zbytkem.

Aktivita:

1. Dítě si vezme do mističky určitý počet korálků (např.6) a rozděluje je mezi figurky. „Rozdělíme je spravedlivě mezi dva kamarády – aby měli oba stejně.“ Do prvních dvou „jamek“ postavíme figurky. Ke každé vložíme jeden korálek do prvního „dolíčku“, potom ke každé jeden do druhého „dolíčku“ a do třetího. „Kolik korálků má první kamarád?“ „A kolik druhý?“
2. Dítě pracuje podle příkladů z pomůcky 36.
3. Dítě může volit libovolné množství korálků a libovolné množství figurek – velice přirozeně se seznámí s podstatou dělení se zbytkem. („Tohle nám zbylo, to už nemůžeme rozdělit spravedlivě.“)

### 35) Prstové dělicí tabulky - plná, prázdná

Obrázek 35



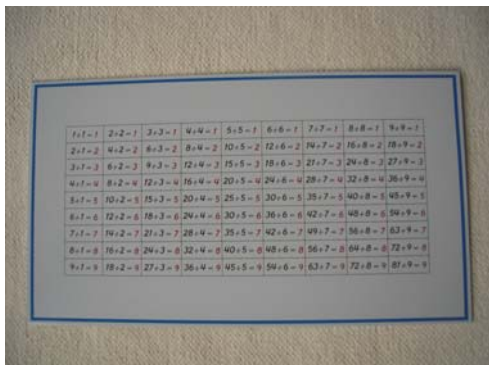
Popis: Dvě tabulky viz obr.35, krabička s kartičkami s čísly na doplnění prázdné tabulky.

Účel: Zopakování příkladů dělení jednocifernými čísly na abstraktní úrovni práce s číselnými symboly. Početní operace.

Aktivita: V mateřské škole se tato pomůcka používá velmi zřídka. Princip je stejný, jako u předchozích „prstových tabulek“.

### 36) Sada příkladů - dělení

Obrázek 36



Popis: Krabička s dvěma odděleními – jedno obsahuje kartičky, na kterých jsou příklady dělení (všechny kombinace dělení jednocifernými čísly) a druhé obsahuje kartičky s výsledky. Kontrolní karta se všemi příklady včetně výsledků.

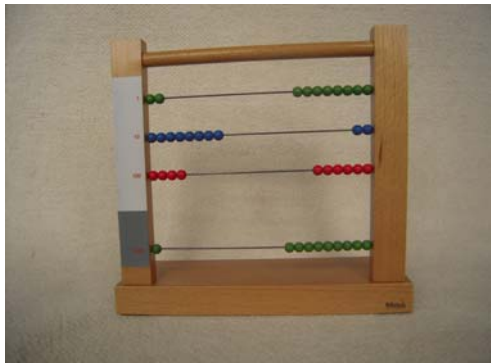
Účel: Procvičení dělení jednocifernými čísly. Početní operace.

Aktivita: V mateřské škole se tato pomůcka používá především při práci s „dělicí dřevěnou tabulkou“.

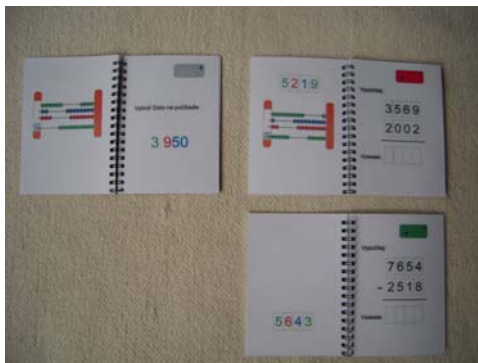
## **5. OBLAST – přechod k abstrakci**

### **37) Malé řádové počítadlo**

Obrázek 37a



Obrázek 37b



Popis: Dřevěné počítadlo se čtyřmi řadami korálků. Korálky v první řadě představují jednotky (označené vlevo v bílém poli „1“), druhé desítky (označené „10“), třetí stovky (označené „100“) a čtvrté tisíce (označené v šedém poli „1 000“). Doplnkové materiály s příklady (viz obr.37b).

Účel: Procvičení sčítání a odčítání v desítkové soustavě – přechod k abstrakci. Numerace a početní operace.

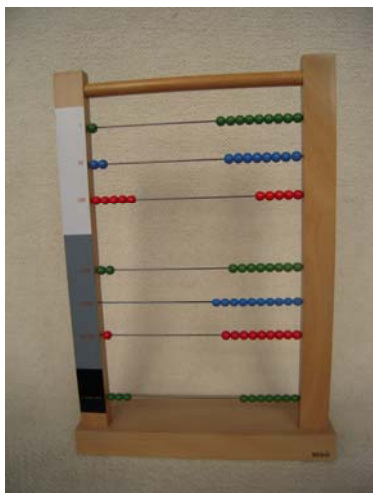
#### Aktivita:

1. Seznámení s materiálem: učitelka ukáže dítěti počítadlo a vysvětlí mu, že korálky na prvním drátku jsou jako „jednotky“, na druhém drátku má jeden korálek hodnotu jako „desítka“, na třetím jako „stovka“ a na čtvrtém jako „tisíc“. Dítě zkusí sestavit na počítadle nějaké číslo – posune libovolný počet korálků na každém drátku vlevo. Spolu s učitelkou je „přečtou“. Podle obrázku 37a bychom „přečetli“: „dvě jednotky, osm desítek, čtyři stovky a jeden tisíc“. Dítě sestavuje modely čísel podle pracovní knížky (na obr.37b ta první), kde má na jedné straně zapsané číslo, sestaví jej z korálků na počítadle a na druhé straně listu v knížce najde kontrolu.
2. Dítě s pomocí korálků počítá příklady sčítání. (Podle knížky.)
3. Dítě s pomocí korálků počítá příklady odčítání. (Podle knížky.)
4. Dítě může s pomocí počítadla i násobit a dělit.



### 38) Velké řádové počítadlo

Obrázek 38a



Obrázek 38b



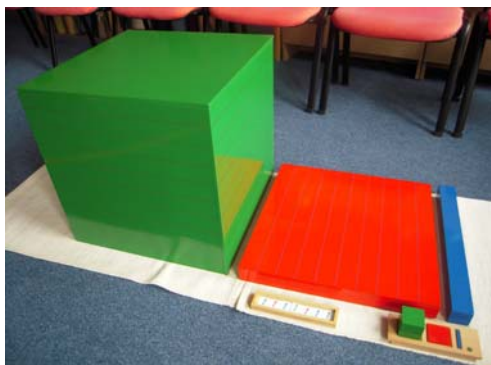
Popis: Dřevěné počítadlo se sedmi řadami korálků viz obrázek 38a. Doplnkové materiály s příklady (viz obr.38b).

Účel: Počítadlo umožňuje provádět početní operace do 10 000 000. Numerace a početní operace.

Aktivita: Jsou podobné jako u předchozí pomůcky, pouze rozšířené do řádu milionů.

### 39) Hierarchie čísel do 1 000 000

Obrázek 39a



Obrázek 39b



Popis: Modely čísel 1, 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000 a 1 000 000 a karty s odpovídajícími číselnými symboly v krabici.

Účel: Získání představy o vztazích „velkých“ čísel. Numerace.

Aktivita: Dítě se seznamuje s modely podobně jako při práci s předcházejícími pomůckami, zejména jako u pomůcky „Úvodní podnos“. Krychle, představující „milion“ je dutá (obr.39b) a dítě si může vlézt dovnitř – vejde se „do milionu“.

#### 40) Písemné počítání

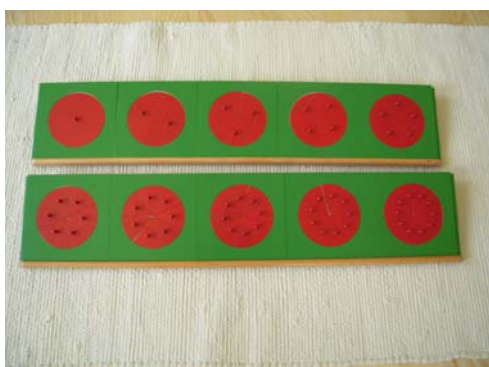
Popis: Potřebujeme pouze papír a tužku, případně zelenou, modrou a červenou pastelku.

Účel: Procvičení početních operací.

Aktivita: Dítě počítá příklady pouze na základě číselného zápisu. V mateřské škole se k této aktivitě děti dostanou velice zřídka. Spíše si zapisují příklady při práci s výše popsanými pomůckami.

## 6. ZLOMKY

Obrázek 40a



Obrázek 40b



Popis: Deset zelených čtvercových destiček s kruhovou výsečí uvnitř – výseče jsou červené, rozdělené na části (viz obrázek 40a). Krabice s kartičkami s číselnými symboly zápisu zlomků.

Účel: Seznámení s dělením celku na části – zlomky, včetně názvů částí a jejich zápisu.

Aktivita:

1. Smyslové seznámení s materiálem, zkoumání tvarů zlomků, vztahů mezi nimi – zda jsou shodné, menší, větší... Je-li možné některé zaměnit, ze dvou malých složit jeden větší (např. dvě čtvrtiny jsou stejně velké jako jedna polovina)...



2. Seznámení s číselnými symboly.
3. Přiřazení symbolů k modelům.
4. Je možné provádět se zlomky početní operace, ale v mateřské škole se do této fáze děti málokdy dostanou.

### Příklady doplňkových aktivit

Obrázek 41a



Obrázek 41b



Obrázek 41c



## **2. ANALYTICKÁ ČÁST**

### **2.1. Metodologie**

Cílem práce je analyzovat Montessori pomůcky určené pro předmatematickou výchovu v mateřské škole s ohledem na současné teorie vzdělávání dětí v předškolním věku.

Tato analýza vychází:

1/ z předchozí kapitoly „Teoretická východiska“

2/ z poznatků vývojové a kognitivní psychologie, které jsou v současnosti všeobecně známé a z pohledů na „dnešní dítě“, neboť se za posledních sto let nezměnily pouze teorie a úroveň poznatků o dítěti, ale mění se i dítě samo. Vycházeli jsme především z literatury uvedené v seznamu literatury, zejména autorů Kerna, Piageta, Vágnerové a Vygotského.

V práci je použita metoda analýzy a srovnání způsobu výuky matematiky v předškolním věku v Montessori systému se současnými pohledy na vyučování předmatematických představ v mateřské škole.

### **2.2. Analýza pomůcek a aktivit**

Z předchozí kapitoly je zřejmé pořadí užití pomůcek a návaznost aktivit v procesu numerace a početních operací. Zmínili jsme aktivity „Praktického života“ a „Smyslové výchovy“, kde se dítě setkává s tříděním, uspořádáním, přiřazováním a porovnáváním. Harald (2000, s.63) píše o popsanych pomůckách: *„Matematický materiál Marie Montessori odpovídá senzomotorickým potřebám dítěte. Práce s tímto materiálem umožňuje dítěti fascinující objevy a umožňuje současně exaktní úvod do matematiky. Po přesném zaškolení do zacházení s matematickým materiálem dospěje dítě díky hojně se opakujícím cvičením k pochopení základních principů. Dlouhá doba procvičování mu umožňuje samostatně abstrahovat a získané poznatky použít. S konkrétním materiálem mohou i mladší děti řešit úlohy, které se na první pohled zdají být těžké. Velkou pomocí jim přitom může být smyslový materiál Marie Montessori, který nabízí materializované abstrakce. Když dítě srovnává, řadí, počítá, měří nebo rytmitizuje atd., jedná se už*

*o matematické jevy.* “ Můžeme s tímto názorem plně souhlasit? Podívejme se na tento „matematický materiál“ ve světle informací z oblasti matematiky zmíněných v kapitole „Teoretická východiska“ a ve srovnání s některými dalšími pohledy na tuto problematiku. Zaměříme se na oblast numerace, zejména pojetí čísla.

Následující text je strukturován do pěti podkapitol:

- charakteristika pomůcek první oblasti a propojenost aktivit s nimi
- nastínění možných úskalí a rezerv těchto pomůcek
- návrhy některých doplňujících aktivit
- charakteristika pomůcek 2.-5. oblasti a propojenost aktivit
- nastínění možných úskalí a rezerv těchto pomůcek a návrhy některých doplňujících aktivit

### ***2.2.1. Analýza pomůcek a aktivit 1. oblasti***

Jaká je cesta k číslu v Montessori systému? Marie Montessori ve svých knihách nabádá vychovatele, aby s malými dětmi přirozeně počítali kdykoli je to možné jakékoli předměty v jeho okolí, kroky, úkony... a seznamovali tak dítě s číslem a konceptem počítání. Škála, rozmanitost a šíře těchto „přípravných“ aktivit v oblasti numerace je ponechána zcela v kompetenci vychovatele. Na něm záleží, zda a jakou bude mít dítě představu o čísle, zkušenosti s různými modely čísel, určením počtu prvků a číselnou řadou. Montessori vytvářela vědecký přístup – pomůcky a aktivity, kterými chtěla dosáhnout určitého cíle, rozvinout určité vlastnosti, dovednosti či schopnosti... Nezabývala se „nevědeckým“ přístupem rodiče či jiného vychovatele – počítání v každodenním životě malého dítěte považovala za samozřejmost, ve svém díle ho zmiňuje, ale necítila zřejmě potřebu věnovat mu zvláštní pozornost. Ve svém výchovném systému Montessori děti na matematiku připravuje především v oblasti „Smyslové výchovy“ (viz výše s.25 a kapitola 1.4.2.1. s.30).

Montessori ve svých knihách zmiňuje, že jako první model čísla používá peníze – mince (číslo jako hodnota), neboť to považuje za přirozenou součást života většiny dětí

– setkat se s drobnými mincemi. Pracuje jak se skutečnými mincemi, tak s papírovými napodobeninami, a učí děti vztahy mezi nimi – pět korunových mincí lze vyměnit za pětikorunu, deset za desetikorunu... Dítě má získat první představu o využití znalosti čísel a vztahů mezi nimi. V DMK je prezentována aktivita „Směna skutečných peněz“ v rámci třetí „roviny“, jakožto poměrně abstraktní pojetí čísla oproti předchozím „rovinám“, což je v rozporu s původním záměrem Montessori. V zahraničních kurzech se tato aktivita neprezentuje vůbec.

První pomůcka z oblasti „Matematiky“ – „Červenomodré tyče“ by měla být nabídnuta dítěti, které jeví zájem o počítání. Není nutné, aby umělo napočítat do deseti, ani určit počet daných prvků, nejdůležitější je jeho zájem. V kapitole 1.4.2.2. na s.36 máme podrobný popis této pomůcky i doporučené aktivity s ní. Dítě pomůcku zná, neboť je téměř shodná s pomůckou „Červené tyče“ (s.30) ze „Smyslové oblasti“ – liší se pouze v barevnosti. Podle Montessori je tato návaznost jednoznačně ku prospěchu dítěte: má již zkušenost, že jsou-li „červené tyče“ uspořádány od nejkratší po nejdelší, je každá následující vždy o jednu jednotku delší než tyč předchozí (což je u „červenomodrých tyčí“ zdůrazněno jejich barevností), a proto mají k sobě stejný vztah jako čísla 1, 2, 3.....10. Hovoří-li zde Montessori o čísle, uvažuje pouze o určování počtu homogenních prvků. V této fázi považuje počítání různých prvků pro dítě za matoucí, obtížně pochopitelné. Číslo je jedno (jeden zvuk – slovo, zapsané jedním matematickým symbolem – číslicí), i model by měl být jeden. „*Neboť pojmenujeme-li číslo, existuje jako objekt, jednotka sama o sobě.*“ „*...tato čísla z jasného důvodu reprezentují v sobě skupinu homogenních jednotek.*“ (Montessori, 1914, s.35, přel. autor) „Červenomodré tyče“ jsou tedy modelem, který má sloužit k vytvoření představy, že číslo je jeden celek – Montessori jej nazývá modelem „vázaným“. Je to lineární model čísla, na který můžeme nahlížet i jako na měřítko. Přestože je zjevná inspirace jednotkou měření délky, Montessori s pomůckou jako s měřítkem nepracuje a nechává děti tento aspekt pomůcky vnímat pouze podvědomě.

Montessori již zde zařazuje (na rozdíl od prezentace v DMK) aktivity vedoucí ke sčítání a odčítání (Montessori, 1912, s.333). Nechává dítě pracovat jak je uvedeno u 3. pomůcky aktivita č.3 (bez použití číslic). Když dítě vidí, že tyč „8“ a tyč „2“ tvoří

dohromady tyč „10,“ je podle Montessori pro dítě snazší pochopit, že „ $8+2=10$ “, než když počítá s pomocí drobných předmětů (např. kamínků). Počítá-li s kamínky, pracuje s jednotlivými předměty a podle Montessori vnímá uvedený příklad jako  $1+1+1+1+1+1+1+1$  plus  $1+1$ , což je pro spojení osmi a dvou „méně jasné“, neboť to vyžaduje, aby „*dítě vynaložilo úsilí a „podrželo“ v paměti skupinu osmi předmětů jako jeden celek odpovídající jedinému číslu, 8. Toto úsilí často dítě odradí a posune jeho pochopení čísel o měsíce nebo dokonce roky.*“ (Montessori, 1914, s.35-36, přel. autor)

Na práci s pomůckou „Červenomodré tyče“ navazuje seznámení se symboly – číslicemi. V DMK je prezentován postup, jak uvedeno výše, ovšem Montessori vyzývá k přiřazení každé číslice k odpovídající tyči hned po seznámení s ní. (Montessori, 1914, s.36) Když dítě zná všechny číslice, následuje lekce, kdy dítě poskládá na koberečku červenomodré tyče a přiřadí k nim odpovídající číslice. Zde uvádí Montessori zajímavou lekci, která „řeší problém desítkové soustavy“: „*Položíme čísla do řady 1, 2, 3, 4...9. Potom, neboť nemáme další čísla, musíme začít znovu a vzít znovu 1. Tato 1 je jako díl tyče, o který tyč „10“ přesahuje tyč „9“. Počítáme-li tyče až k deváté, zbude nám jeden díl, který vzhledem k tomu, že nemáme další číslice, opět označíme jako 1; ale toto je vyšší 1, než ta první, a abychom ji od té první odlišili, položíme k ní nulu, symbol, který představuje nic. A máme zde 10.*“ (Montessori, 1912, s. 335-336, přel. autor)

Montessori nechává dítě mnohokrát opakovat „hru“ s přiřazováním číslic k tyčím. „*Naučení se číslic znamená pokrok od tyčí k procesu počítání s volnými jednotkami. Když jsou číslice známy, budou sloužit stejnému účelu v abstraktní rovině, jako tyče sloužily v konkrétní; to jest budou představovat sjednocení určitého počtu volných jednotek do jednoho celku.*“ (Montessori, 1914, s.36, přel. autor) Teprve, když dítě získá jistotu a „nasytí“ se této aktivitou, je připraveno přiřazovat k číslicím různé prvky - může pracovat s pomůckou „Krabice s vřeténky“ (vřeténka lze podle Montessori nahradit drobnými předměty za účelem „obměny lekce“). Je pochopitelné, že dítě nemůže pracovat s „vřeténky“ ani pomůckou „Sudá a lichá čísla“ dříve, neboť způsob jejich prezentace je založen na znalosti číslic a významu, který nesou. Při práci s „vřeténky“ se dítě seznamuje s pojmem nuly výše popsaným způsobem.

Hry, které doplňují a upevňují znalosti získané při práci s pomůckami, rozšiřují oblast modelů. Při „hře na upevnění pojmu nuly“ je používáno specifických formulací. Montessori uvádí situaci prvního uvedení zmíněné hry: *„Stojím mezi dětmi, otočím se k jednomu, který již pracoval s tímto materiálem, a řeknu: ‚Pojď ke mně, pojď ke mně nulakrát.‘ Dítě ke mně téměř vždy přiběhne a pak se vrátí na své místo. ‚Ale hochu, ty jsi přišel jedenkrát a já jsem řekla nulakrát.‘ Tu se začne divit: ‚A co mám tedy dělat?‘ ‚Nic. Nula je nic.‘ ‚Ale jak mám dělat nic?‘ ‚Nedělej nic. Zůstaň sedět. Nesmíš vůbec přijít, ani jednou. Nulakrát. Ani jedenkrát.‘ Opakuji tato cvičení, dokud děti neporozumí.“* (Montessori, 1912, s. 329, přel.autor) (Podrobněji k nule viz s.83-84.)

Při práci s pomůckou „Sudá a lichá čísla“ se opět pracuje se stejnorodými prvky a žetony se pokládají výše popsaným způsobem. Je to jediná pomůcka, kde se objevují konfigurace, ovšem Montessori tento aspekt při práci nevyužívá, ani v rámci DMK se nezmiňuje možnost jeho využití.

Sadu barevných korálků Montessori vytvořila původně pro zjednodušení práce (Montessori, 1917, s.207) – aby umožnila více dětem pracovat s modely čísel do deseti u stolků (červenomodré tyče jsou materiál poměrně velký, vyžadující hodně místa na práci), každé dostalo krabičku s pěti sadami „barevných korálkových schodů“ a volně s nimi pracovaly – počítaly je, zkoumaly jejich vztahy a různé kombinace, vytvářely modely čísel, rozklady, modely početních operací... Děti měly k dispozici archy papírů, na nichž byly v různých barvách tabulky s příklady sčítání a odčítání, a děti na základě práce s korálky vyplňovaly výsledky. (Ukázka tabulek je v příloze P7.) Ke korálkům měly děti k dispozici kartičky s čísly 1-10 a později přibýly kartičky s číselnými zápisy „desítek“ (10, 20, 30... 90) a krabička s korálkovými „desítkami“. (Zde navazují pomůcky 3.oblasti – „Seguinovy tabulky“.) Po čase Montessori zjistila, že děti přestávají určovat počet korálků v jednotlivých „tyčinkách“ počítáním po jednom, a začínají se orientovat podle barev. Věděly, že bílou „tyčinku“ tvoří sedm korálků, světle modrou pět, tmavomodrou devět atd. *„Téměř aniž si to uvědomí, začíná nyní počítat podle barev a ne podle počtu korálků, a tím uskutečňuje aritmetické operace v mysli.“* (Montessori, 1917, s.207, přel. autor) Dochází zde k podobné situaci, jako při práci s konfiguracemi – dítě určí počet prvků naráz, aniž je počítá po jednom.

V tomto případě však dítě neurčuje počet prvků-korálků podle jejich seskupení, ale podle jejich barvy.

### ***2.2.2. Možná úskalí a rezervy pomůcek 1.oblasti***

Téma je poměrně složité, jak je zřejmé z předchozí části. Je také vázáno na přesnost vyjadřování učitelky. Systém Montessori pomůcek je propojen a aktivity na sebe navazují. Vyvstává zde však hned několik otázek:

- 1/ Je uvedený postup ku prospěchu dítěte?
- 2/ Je vhodné, aby dítě v první fázi cíleného seznamování s čísly pracovalo pouze s jedním modelem?
- 3/ Je na místě předkládat dítěti model, který „sjednocuje volné jednotky do jednoho celku“?
- 4/ Je měřítko vhodným modelem čísla?
- 5/ Ani při práci s vřeténky se v kurzech neuvádí možnost práce s drobnými předměty, jak o tom hovoří Montessori. Proč se k číslům nepřisuzují modely čísel z libovolných předmětů?
- 6/ Není zde příliš brzy na zavádění symbolů-čísel? A jejich spojování s modelem? Proč není číslo prezentováno i jako identifikátor?
- 7/ Proč jsou dítěti předkládány pouze lineární modely čísel?
- 8/ Jaká mohou být úskalí práce pouze s homogenním materiálem?
- 9/ Je vhodné při práci s druhým modelem čísla seznamovat dítě s konceptem nuly?
- 10/ Proč nerozumí dítě vazbě „nulakrát mě pohlad“? Je tato formulace v pořádku z jazykového hlediska?
- 11/ Pochopí dítě z práce s uvedeným materiálem rozdíl sudých a lichých čísel?
- 12/ Co kdyby byl dítěti, které „počítá podle barev a ne podle počtu korálků,“ předložen jiný materiál na stejném principu, ale v jiném složení barev?
- 13/ Jaký vliv na pochopení matematických vztahů může mít „počítání podle barev“?
- 14/ Srovnáme-li výše zmíněné zásady cesty dítěte k číslu (kapitola 1.3.) s postupem u Montessori, jak se jeví vhodnost jejího postupu?
- 15/ Jaká jsou úskalí chybných překladů Montessori materiálů?

Máme před sebou hned několik možných úskalí a rezerv prvních pomůcek. Podívejme se na ně podrobněji:

1/ Je uvedený postup ku prospěchu dítěte?

Odpovědí na tuto otázku bude celá tato podkapitola.

2/ Je vhodné, aby dítě v první fázi cíleného seznamování s čísly pracovalo pouze s jedním modelem?

Výše zmíněné současné teorie (viz kapitola „Číslo“) ukazují, že by dítě mělo pracovat s mnoha různými modely čísel a vytvořit si představu o čísle nezávislou na jejich vlastnostech. Představa „vázaného“ modelu čísla je v rozporu s vytvářením nezávislosti na vzdálenosti počítaných prvků. Ve fázi, kdy se dítě seznamuje s „červenomodrými tyčemi“ jako modelem čísla, by se podle současných teorií mělo paralelně seznamovat i s počítáním vřetének, žetonů či nějakým dalším modelem (či spíše mnoha modely). Jinak může dojít k fixaci dítěte na tento jeden model, jak je uvedeno v případových studiích v kapitole „Číslo“.

3/ Je na místě předkládat dítěti model, který „sjednocuje volné jednotky do jednoho celku“?

Myšlenka, že tyče jsou konkrétní podobou abstraktních číslic ve sjednocení prvků do jednoho celku není v tomto případě na místě. Sjednocující funkce čísla je ryze abstraktní a tato její konkrétní podoba může dítěti způsobit problém při vytváření představy počtu, neomezené jen na určité modely a odpoutané od vlastností počítaných prvků, jak je uvedeno v kapitole „Číslo“. Model „sjednocující volné jednotky do jednoho celku“ neposkytuje dítěti možnost vytvoření nezávislosti na vzájemné poloze a vzdálenosti počítaných prvků. Může být jedním z modelů, ale dítě by se mělo paralelně seznamovat i s odlišnými modely, splňujícími požadavky na zmíněné nezávislosti.



4/ Je měřítko vhodným modelem čísla?

Červenomodré tyče sice mají k sobě stejný vztah jako čísla 1, 2, 3, 4...10, ale tento vztah neodpovídá jejich vztahu v metrickém systému, kde 1dm se rovná 10cm a vazba, že 1m se rovná 10dm se nepoužívá téměř vůbec, navíc se tato struktura opírá o porovnání podílem a vyjadřuje se číslovkou násobnou. V dnešní době se děti s tímto měřítkem setkávají spíše okrajově, takže jsou ve srovnání s dětmi před sto lety ochuzeny o zkušenosti v této souvislosti.

5/ Ani při práci s vřetenky se v kurzech neuvádí možnost práce s drobnými předměty, jak o tom hovoří Montessori. Proč se k číslicím nepřirazují modely čísel z libovolných předmětů?

Je otázkou, proč se z prezentací v kurzech vytratil původní záměr Marie Montessori přiřazovat k číslicím drobné předměty. Záleží na přístupu a kvalifikovanosti učitelky, zda tuto či podobné aktivity zařazuje. Dostáváme se zde k možnému úskalí práce s pomůckami plynoucí z homogenity počítaných prvků, která neumožňuje získání nezávislosti na vlastnostech prvků. Podrobněji viz odpověď na otázku č.8.

6/ Není zde příliš/zbytečně brzy na zavádění symbolů-číslí? A jejich spojování s modelem? Proč není číslo prezentováno i jako identifikátor?

V kapitole „Číslo“ (s.23) jsou zmíněna možná rizika předčasného seznamování dětí s číslicemi. Domníváme se, že v Montessori systému je právě z důvodů uvedených ve zmíněné kapitole toto riziko poměrně vysoké. I s ohledem na výše zmíněné etapy poznávacího procesu (s.22) se nejeví brzké zavádění práce s číslicemi jako vhodné. Ve druhé fázi poznávacího procesu má dítě získat široké spektrum separovaných modelů, aby mohlo dospět k modelu univerzálnímu a potom k abstrakčnímu zdvihu (Hejný, 1999, s.27). Číslice, prezentovaná dítěti v této fázi a propojená s jedním modelem, může zablokovat přijetí dalších modelů a dítě může udělat skok a tento jeden model povýšit na univerzální, aniž by mělo zkušenosti s jinými. I Kaslová tuto tezi potvrzuje: „*Ukazuje se, že přílišný spěch na propojení slova se znakem – s číslicí – není optimální. Dítě si navyká na toto jednoznačné propojení a již se mu nechce slovo propojovat s rozmanitými představami, které by za jiných okolností dítěti umožnily pochopit nezávislost počtu na ... charakteru počítaných objektů. Jak naznačují*

*například francouzské ... experimenty, dítě vyvíjející se v relativně primitivnějších podmínkách má vhodnější přípravu na práci s číslem.*“ (Kaslová, 2002, s.16-17) Navíc Montessori materiály jsou vyráběny v několika různých provedeních číslic (různé fonty), takže se může stát, že je dítě seznamováno s odlišnou podobou číslic, než jaká se používá u nás (např. „1“ se v USA píše pouze jako svislá čára a „7“ se píše jako zde – bez „přeškrtnutí nožičky“). Vzhledem k tomu, že u nás se některé číslice zapisují jinak v psané formě a jinak v tištěné, již tato skutečnost představuje pro dítě komplikaci: učí se tyto číselné symboly v dvojím provedení. Komplikovat mu situaci dalšími verzemi mu jistě neusnadní vstup do „světa číselných symbolů“.

Navíc se dítě ve výše popsaném sledu aktivit musí seznámit se všemi deseti číslicemi, aby mohlo pracovat s dalšími pomůckami – tedy i s dalšími modely čísel. Tato skutečnost může jen umocnit úskalí, popsané v předcházejícím odstavci.

Zdá se tedy, že je vhodnější se zaváděním číselných symbolů počkat, až bude mít dítě dobře zažitě různé modely čísel. Ve sledu aktivit seznamujících dítě s číslicí v Montessori systému narážíme právě na možné úskalí splnutí pojmů „číslo“ a „číslice“, jak je uvedeno v kapitole „Číslo“.

Číslo jako identifikátor lze jen obtížně prezentovat v podobě nějaké pomůcky, je to spíše záležitost hledání zápisů izolovaných čísel nebo slyšených slov (čísovek) kolem sebe v každodenních situacích a povídání si o nich.

#### 7/ Proč jsou dítěti předkládány pouze lineární modely čísel?

Montessori pomůcky předkládají dítěti především lineární modely čísel. Konfigurace se objevují pouze u pomůcky „Sudá a lichá čísla,“ ale ta je využita k jinému účelu a podle prezentace v DMK se vzniklé konfigurace nevyužívají. Za konfigurace můžeme považovat pouze modely čísel ve „zlatém perlovém materiálu“ (viz dále). Je otázkou, proč Marie Montessori nevytvořila pomůcku s konfiguracemi. Je možné, že to nepovažovala za potřebné. Vzhledem k její tehdejší situaci (chybějící matematické vzdělání, stav didaktiky matematiky...) je to snad i pochopitelné. Je dost možné, že

jednotlivé mateřské školy, které si tuto rezervu uvědomují, ji kompenzují vlastními pomůckami a aktivitami.

#### 8/ Jaká mohou být úskalí práce pouze s homogenním materiálem?

Je zjevné, že práce s homogenními prvky nevede dítě k vytvoření představy čísla nezávislé na vlastnostech počítaných prvků. Tímto aspektem Montessori pomůcek se ve své bakalářské práci zabývala Š. Krutinová (2003). Je zajímavé, že v experimentu, který uskutečnila, se nepotvrdila její hypotéza, že děti z Montessori mateřských škol budou mít problémy při určování počtu prvků modelů odlišných od Montessori materiálů a při volném výběru budou volit stejnorodý materiál. Ve srovnání s dětmi z běžné mateřské školy si se zadanými úkoly poradily v průměru lépe a také překvapivě volily různorodější materiál při vytváření vlastních modelů čísel. Je otázkou, jak velkou vypovídací hodnotu však tento výsledek má vzhledem k velikosti „vzorku dětí“ (celkem 24) a ke skutečnosti, že děti byly pouze ze čtyř mateřských škol. Domníváme se, že velice záleží na způsobu práce učitelky, i na rodinném zázemí dětí.

#### 9/ Je vhodné při práci s druhým modelem čísla seznamovat dítě s pojmem nuly?

Pojem „nula“ je velice specifický a před jeho zavedením by se mělo dítě seznámit s různými situacemi, kde se objevuje „nula prvků“ a vzhledem k jeho specifičnosti by učitelka měla také připravit „půdu“ v jazykové oblasti. Výraz „nula“ se v běžné komunikaci nepoužívá a ani jej nelze použít spolu s nějakou jednotkou (máme např. šest tužek, ale nemůžeme říct „mám nula tužek“ – řekneme „nemám žádnou“, „ani jednu“...). I z tohoto důvodu není nutné s jeho zaváděním pospíchat. Výzkumy doporučují zavádět jej až na základní škole. Rozhodně by jeho zavedení mělo předcházet důkladné seznámení dítěte s jeho různým použitím.

#### 10/ Proč nerozumí dítě vazbě „nulakrát mě pohlad“? Je tato formulace v pořádku z jazykového hlediska?

Vazba „nulakrát něco udělej“ obsahuje jazykovou kontradikci. Jestliže mám něco udělat, musím to udělat alespoň jednou, a nemám-li dělat nic, je nutné použít zápor u slovesa. V angličtině je ve větě vždy pouze jeden zápor a lze použít kladné sloveso

„do nothing“, ale v češtině tato možnost není – musíme říci: „nedělej nic“, a Montessori rodná italština také nepřipouští variantu kladného slovesa ve významu „nedělat nic“. Montessori zde vytvořila obrat, který je v rozporu s logikou jazyka, a tedy i s logikou matematiky, neboť jazyk hraje v matematice důležitou roli. Tento rozpor je jasně vidět i z výše uvedené citace z Montessori díla, kdy seznamuje děti s hrou a říká jim „Pojď ke mně, pojď ke mně nulakrát.“ Z reakcí dítěte je zřejmý problém s touto formulací a budeme-li hru opakovat, dokud děti nezačnou reagovat podle původního záměru, vytváříme chybnou jazykovou vazbu. Z jazykového hlediska nelze formulaci „nedělej to“ nahrazovat vazbou „udělej to nulakrát.“

Tím narážíme na další rezervu jejího systému – podcenění role jazyka. Z výsledků současných výzkumů víme, jak je důležitá role mluveného slova nejen v matematice. Ve své snaze umožnit dítěti co největší samostatnost Montessori nedocenila roli jeho komunikace s dospělým. Samozřejmě je možné, že jazyk nepovažovala za tak důležitý i na základě tehdy dostupných znalostí o vývoji dítěte.

#### 11/ Pochopí dítě z práce s uvedeným materiálem rozdíl sudých a lichých čísel?

U pomůcky „Sudá a lichá čísla“ narážíme na několik možných problémů. V první řadě se jeví jako nelogické pokládat lichý žeton do středu, mezi sudé – podle principu, že vše děláme zleva doprava, by bylo logičtější položit jej pod řadu žetonů vlevo a komentář může zůstat stejný, neboť je zjevné, že „nemá kamaráda“. Tím se dostáváme k možnému úskalí pomůcky: pokládáme-li žetony, jak je uvedeno u popisu pomůcky a na obr.6a, vznikne nám seskupení žetonů, které je osově souměrné a tedy dělitelné na dvě stejné části. To není v souladu s principem sudých a lichých čísel. Navíc Montessori seskupení neumožňuje vidět souvislosti při práci se sudými a lichými čísly později při početních operacích. (Např. že liché číslo plus liché číslo tvoří sudé číslo.)

V době před sto lety byly součástí výuky v základních školách tzv. Pythagorejské konfigurace. Můžeme se domnívat, že Montessori vytvořila pomůcku „Sudá a lichá čísla“ jako variaci na tyto konfigurace. V našem současném kontextu se však pomůcka nejvíce jednoznačně jako plnící svůj účel.

12/ Co kdyby byl dítěti, které „počítá podle barev a ne podle počtu korálků,“ předložen jiný materiál na stejném principu, ale v jiném složení barev?

Kdybychom dítěti, které strávilo hodně času prací s barevnými korálky, předložili např. barevné korálky, jak je zná, ale v odlišných barvách, nebo „barevné tyčinky“ – hranolky na stejném principu, jako „barevné korálky“, ale v jiném barevném kódování, bylo by pravděpodobně v první chvíli zmatené – očekávalo by, že červená odpovídá jedné jednotce, žlutá čtyřem atd. Bylo by zajímavé zjistit, kolik času by děti potřebovaly k získání nezávislosti počtu na barvě.

13/ Jaký vliv na pochopení matematických vztahů může mít „počítání podle barev“?

Začnou-li děti počítat „podle barev,“ jsme opět u rizika práce s jedním modelem. Jestliže dítě začne počítat tímto způsobem, přeskočilo fázi separovaných modelů a vytvoření univerzálního modelu. Tento model nesplňuje požadavky univerzálního modelu. Je otázkou, co by se stalo, kdyby dítě tento materiál přijalo za univerzální model - mohlo by mít např. problémy v následném osvojování a chápání početních operací a dalších matematických vztahů. Domníváme se, že u tohoto materiálu je zvláště důležité, aby učitelka dítěti včas nabídla jiné pomůcky a umožnila mu cestu k abstrakci přes různé modely.

14/ Srovnáme-li výše zmíněné zásady cesty dítěte k číslu s postupem u Montessori, jak se dnes jeví vhodnost jejího postupu?

Z odpovědí na předcházející otázky jsou zřejmá možná úskalí systému Montessori pomůcek. Postrádáme práci s nestejnorodými prvky, které by umožnily vytvoření nezávislosti počítaných prvků. Z nezávislostí, zmíněných v kapitole „Číslo“, neumožňuje práce s Montessori pomůckami ani jednu. Zcela zde chybí počítání prvků na obrázku či v představě.

15/ Jaká jsou úskalí překladů Montessori materiálů?

Největším úskalím jsou nepřesné či chybné překlady nebo užití terminologie při práci s pomůckami. V překladech například často splývá pojem „číslo“ a „číslice“, případně „číslovka“. Úskalí této záměny je zmíněno výše. U pomůcky „Sudá a lichá čísla“ je

zřejmě na základě překladů používán výraz „nepár“, což je slovo, které v českém jazyce neexistuje. Dochází k podobné situaci, jako u „hry na upevnění pojmu nula“. Vazba „nemá kamaráda“ je jazykově v pořádku a zde se tedy jeví jako vhodnější.

### ***2.2.3. Návrhy obohacení aktivit a pomůcek 1.oblasti***

V této kapitole se pokusíme navrhnout některé možné alternativy práce s pomůckami a aktivity vycházející z Montessori pomůcek nebo založené na podobném principu – aby s nimi mohly děti pracovat samostatně. Ovšem s ohledem na informace v kapitole „Číslo“ považujeme za nezbytné rozšíření těchto aktivit ještě o pohybové hry a aktivity zaměřené na vytváření modelů čísel nezávislých na vlastnostech počítaných prvků. Například pro vytvoření nezávislosti modelu na velikosti prvků nestačí pracovat s předměty, s nimiž může dítě manipulovat. Potřebuje počítat auta, domy, stromy, kamarády...

Již při práci s prvními třemi tyčemi může učitelka vyzvat dítě, aby ke každé tyči přiřadilo stejný počet libovolných prvků (včetně pohybů, zvuků apod.). Samozřejmě by měla zařazovat více aktivit, které by umožnily dítěti získat představu o číslech nezávislou na jednom modelu. V této fázi je také možné zařadit hry, které jsou na kurzech prezentovány k upevnění pojmu nuly, ale je možné hrát je bez nuly – učitelka dětem říká, kolikrát mají co udělat, čeho se dotknout, kolik předmětů přinést, jak je položit či nakreslit... Všechny tyto aktivity lze realizovat bez znalosti číslic a dochází zde k rozvoji komunikace, k propojení slyšeného slova s modely – praktickou částí numerace.

Pomůcka „Krabice s vřeténky“ by se mohla použít s malou úpravou: místo číslic stačí odpovídající počet puntíků. Zvláštností této pomůcky je postup, kdy při vkládání vřetének do „přihrádek“ začínáme druhou „přihrádkou“. Ze zdánlivě nepochopitelného důvodu první přihrádku přeskočíme a postupujeme od druhé dále. Možná by bylo vhodnější a logičtější postupovat náhodnou volbou čísel – můžeme „zkoušet“ znalost dítěte, nechat je umisťovat vřeténka do „přihrádek“ v libovolném pořadí a nula nám

„jako náhodou“ zůstane nakonec... a dítě samo přijde na to, že v první přihrádce s nulou nebude nic, neboť nám nezbylo žádné vřetenko.

Chceme-li dítě připravit na pochopení pojmu „nula“, zaměřujeme se nejprve na komunikaci a upozorňujeme dítě na „modely nuly“ - situace, kdy se „nula“ vyskytuje kolem nás. Stejně jako s dětmi počítáme nejrůznější prvky v každodenních situacích, všímáme si také situací, kdy „tu nikdo není“, „už nám nic nezbylo“, „v šatně už nejsou žádné děti – všechny už jsou venku“, „na pískovišti nezůstaly žádné bábovičky, vše je uklizeno.“ Modely nuly jsou buď statické jako popis situace či stavu (nikdo tu není) nebo dynamické jako výsledek procesu ubývání (Měli jsme oříšky a všechny jsme je snědli. Už nám nezbyl ani jeden.) nebo kombinace obou, kdy může být obtížné jednoznačně určit, zda se jedná o model statický či dynamický (na pískovišti nezůstaly žádné bábovičky). Je důležité, aby se dítě setkalo se všemi přístupy – i zde je důležitá rozmanitost a bohatost zkušeností, aby nedošlo ke zkreslení či ochuzení představy u dítěte. (Kaslová 2002)

Podívejme se na další pomůcku a možnosti práce s konfiguracemi. Položíme na podložku několik žetonů v konfiguraci uvedené v postupu k pomůcce „Sudá a lichá čísla“ a vyzveme dítě, aby jeden žeton přemístilo a vytvořilo tak nové seskupení. „Jak to ještě nebylo?“ Pokračujeme, dokud dítě dokáže vymýšlet nové kombinace, potom přidáme jeden žeton a pokračujeme. Hra je vhodná i pro skupinu dětí. Můžeme počítat, kolik kombinací dokážeme vytvořit. Variací na tuto hru je práce na papíře – kreslíme puntíky či jiné značky (razítka) na čtverečkovaný papír (obtížnější verze bude na bílém papíře). Každé dítě má svůj list a zakreslí co nejvíce variací, příště se může pokusit vymyslet další nebo začít znovu a porovnat, zda vymyslelo více variant než při předchozím pokusu.

Vytvoříme karty s různými konfiguracemi a děti hledají dvojice (N-tice) karet se stejným počtem puntíků (znaků, obrázků) – mohou hrát pexeso, mohou si jej sami vyrobit. Stejným způsobem lze vytvořit domino. Kaslová uvádí „plošné“ domino, kdy každá karta ve tvaru čtverce je úhlopříčkami rozdělena na čtyři trojúhelníky a v každém

je určitý počet obrázků a děti karty skládají nejen do dvou stran, ale do čtyř (viz příloha P8).

Pro malé děti, které se seznamují s modely čísel, můžeme vytvořit jiné modely v duchu Montessori materiálů – např. „korálkové“ konfigurace v různých velikostech, barvách...(viz obr.42) a děti tvoří dvojice (či N-tice) modelů o stejném počtu prvků. Mohou je přiřazovat k „červenomodrým tyčím“, uspořádat je do řady v závislosti na počtu korálků, modely přiřazovat ke kartám s odpovídajícím počtem puntíků...

Obrázek 42



Velmi odlišnými modely se mohou stát skupiny předmětů. V roce 1978 u nás vyšla publikace Nová matematika od italského matematika G. Sciacovelliho, kde je prezentován nový způsob výuky matematiky v 1. a 2. třídě základní školy založený na teorii množin. Domníváme se, že byla inspirována pomůckami Marie Montessori a že by je mohla obohatit. Sciacovelli zpočátku s dětmi vůbec nepočítá (neoznačuje počet prvků číslem). Pouze zkoumají vlastnosti skupin (množin) prvků, třídí je, uspořádávají, porovnávají „mohutnost“ (množství prvků) množin, aniž by určovali počet prvků – zjišťují pouze, zda jich je více, méně než nebo stejně jako. Děti nejprve pracují s různými předměty, které jsou k dispozici ve třídě, v kapsách dětí apod. Později jim učitel předloží „operativní bloky“ (soubor těles ve třech barvách, pěti tvarech, dvou velikostech a dvou tloušťkách). Děti tyto bloky zkoumají, třídí, řadí, popisují, seskupují... Později učitel předloží dětem nový materiál: sadu „barevných tyčinek“ (hranolů), která je velice podobná Montessori „barevnému perlovému materiálu“, ovšem barevné kódování je odlišné. „Tyčinky“ fungují na stejném principu jako korálky



– nejmenší představuje základní jednotku a každá další je vždy o jednu jednotku větší, než „tyčinka“ předchází. Sciacovelli pracuje s „tyčinkami“ velice podobně, jako Montessori s „barevnými korálky“, ale on „tyčinky“ předkládá dětem až v 1.třídě základní školy a zpočátku je děti pouze porovnávají a zkoumají jejich vztahy. Hranolky jsou „jednotlivé“ a pouze jejich vzájemným porovnáváním je možné určit, kolik jednotek každý z nich reprezentuje. (Naproti tomu Montessori korálky lze „spočítat“ velmi snadno, aniž je nutné porovnávat je mezi sebou.) Číselnou hodnotu jim přiřazují postupně.

V této fázi práce s dětmi Sciacovelli prezentuje aktivitu s igelitovými sáčky: každé dítě dostane průhledný sáček a uloží do něj libovolný počet libovolných předmětů. Děti potom mezi sebou utvoří skupinky, aby v každé byly děti se shodným počtem předmětů v sáčku. Sciacovelli nechá děti sáčky zavěsit na háčky na stěně v pořadí, které odpovídá počtu předmětů v nich, nad každý háček označí, kolik předmětů obsahují sáčky na něm visící. Učitelka může do druhého dne sáčky přemístit a ráno je úkolem dětí pověsit je zpět, kam patří. (Sciacovelli, 1978, kap.13, s.101-112)

Další Montessori pomůckou jsou „barevné korálky“. Z vlastní zkušenosti vím, že pro předškolní děti je práce s tímto perlovým materiálem náročná na jemnou motoriku – pro většinu dětí je obtížné položit dvě „tyčinky“ korálků přesně vedle sebe a vidět, že jsou stejně dlouhé nebo o kolik je jedna delší/kratší, než druhá... S pomůckami č.21 a 25 („Sčítací a Odčítací had“) mohou teoreticky pracovat děti od 4 let, ovšem v tomto věku není jemná motorika tak rozvinutá, aby děti zvládly přesnou manipulaci s „barevnými korálky“. Vzhledem k velikosti materiálu je i pro 5-6ti leté děti náročné nepřeskočit žádný korálek a každý počítat právě jednou. Vezmeme-li v úvahu skutečnost, kterou uvádí Vágnerová (viz výše, s.21), že děti problém s přesným počítáním prvků mají v tomto věku běžně, „barevné korálky“ tuto situaci ještě umocňují. Připusťme variantu, že „korálky“ slouží také k rozvoji jemné motoriky a preciznosti práce, ovšem vzhledem k jejich oblým tvarům a malým rozměrům je i pro šestileté dítě obtížné položit dvě „tyčinky“ přesně vedle sebe. Kontrola práce je zde založena právě na této přesnosti, takže u předškolních dětí v podstatě nefunguje. Kdyby měly děti k dispozici místo korálků hranolky, se kterými pracuje Sciacovelli, zvýšila by

se preciznost práce a snáze by bylo možné vidět přesné vztahy modelů. Pro snazší orientaci předškolních dětí by bylo dobré na hranolcích vyznačit jednotky – nejlépe rýhou na jedné straně, aby děti měly i hmatovou kontrolu a mohly určit hodnotu každé tyčinky bez nutnosti porovnávat ji s ostatními. Dalším krokem pro usnadnění práce předškolních dětí s tímto materiálem by bylo jeho zvětšení (např. do velikosti „malých červenomodrých tyčí“).

Různé matematické hry lze zařazovat při pobytu venku i kdykoli jindy v průběhu dne. Matematika není jen záležitostí práce s připravenými pomůckami a materiálem, ale jak sama Montessori říká „matematika je všude kolem nás“. V dnešní době počítačů a jiné techniky to snad platí ještě více.

Zmínili jsme úskalí předčasného seznámení dětí s číslicemi. Srovnajme způsob prezentace číslic v Montessori systému s pojetím Sciacovelliho, který postupně přivádí děti k pochopení zástupné funkce znaku. (Znak vzniká na základě vzájemné dohody, což je způsob, který doporučuje i Kaslová, 2003a.) K číslici, jakožto zápisu čísla ve významu počtu prvků, se Sciacovelli s dětmi dostává až po výše popsaném přípravném procesu v 1. třídě, který trvá poměrně dlouho. Jednoho dne požádá děti, aby si přinesly své fotografie. Potom vyzve jednoho chlapce, aby mu ukázal svou fotografii „To jsi ty? Ano, opravdu jsi to ty.“ Požádá ho, aby napsal na tabuli své jméno několika způsoby (psacím písmem, velkým tiskacím, malým tiskacím). Potom se učitel ptá dětí, který Štěpán je „ten pravý“ – na fotografii, jméno na tabuli? Přivede děti k závěru, že zápis na tabuli je pouze „značka.“ Podobným způsobem vede učitel děti k pochopení čísla: děti vytvoří množiny tří předmětů (každé dítě má svou množinu obsahující tři prvky), potom je učitel vyzve, aby množiny nakreslily, označily je značkami a zapsaly číslicí počet prvků. Učitel ukáže dětem, že „tři“ lze zapsat i jinými způsoby. A nyní je zde opět otázka: „které je to právě tři?“ S učitelovou pomocí dojdou děti k závěru, že „je to v mé hlavě“. Aby však děti mohly dospět k této abstrakci, musí projít fázemi poznávacího procesu a musí dozrát do stadia logických operací, což, jak jsme zmínili v kapitole „Číslo“, není dříve, než v šesti letech. I tato skutečnost potvrzuje vhodnost zavádění číselných symbolů až v 1. třídě ZŠ.

Kaslová (2003a) hovoří o důležitosti přípravy dítěte na pochopení zástupné funkce číslic. Uvádí dva aspekty, na které bychom se měli „v přípravě dítěte na práci s grafickým znakem“ zaměřit:

1. proces zjednodušování, během něhož by se dítě mělo odpoutávat od nepodstatných znaků a objevovat ty podstatné;
2. posílení zástupné funkce znaku pro oddělení formy od obsahu. Toto by mělo podle Kaslové proběhnout dříve, než se dítě učí číst a psát číslice.

Ve zmíněném článku uvádí v tomto kontextu pět aktivit:

1/ vytvoříme jednoduchý „obrázek“ z lana – a děti říkají, co by to mohlo být. Obměňujeme.

2/ na papír nakreslíme jednoduché stejné tvary (např. kolečka) a požádáme dítě, aby je dokreslilo, ale každý jinak. Obměnou je dokreslování okolí tak, aby bylo zřejmé, co tvar představuje.

3/ citace pokusu prof. Laborde z Francie, která s dětmi ukládala zvyšující se počet předmětů do krabičky a děti si měly druhý den vzpomenout, co je v krabičce, když si nemohly vzpomenout, nechala je předměty zakreslit a postupně je dovedla k tomu, že je musely zakreslit tak, aby i ostatní poznali, co nakreslily – musely se zaměřit na podstatné znaky předmětů.

4/ děti kreslí ilustraci k pohádce „O perníkové chaloupce“, ale nejprve chaloupku vytvářejí z modelíny – následné ilustrace postrádají detaily a soustřeďují se na podstatné znaky.

5/ učitelka dětem vypráví příběh dvou žížal a děti „hrají divadlo“ se dvěma „žížalami“ z modelíny. Po skončení vyprávění mají děti děj zakreslit do několika „okýnek“ papírové „harmoniky“, aby ho mohly samy někomu vyprávět. Učitelka příběh znovu pomalu vypráví a nechává dětem čas na kreslení, ale snaží se je přimět k rychlé práci. První obrázek bývá plný detailů, ale postupně jich ubývá a dítě se soustřeďuje na podstatné znaky a žížaly na posledním obrázku nemají ani mašli kolem krku ani oči, ale jsou to většinou jen dvě čárky.

Způsobů seznámení s číslicemi existuje řada, každý má své zastánce a záleží na tvořivosti učitelky, které nápady použije při své práci a jak si je upraví.

Když děti znají číslice a význam, který nesou, rozšíříme výše popsané aktivity: v pexesu na jednu sadu karet napíšeme číslice a k nim děti přiřazují karty s odpovídajícím počtem puntíků, totéž u domina.

V přílohách č.1-5 jsou ukázky některých materiálů vytvořených v Montessori mateřské škole na Kladně. Tyto materiály obohacují pomůcky o další aktivity a posouvají je o krok dále na cestě k abstrakci. Pomůcky jsou nakreslené na papíře v černobílém provedení – dítě je může vybarvovat, dopisuje číslice či je vystřihuje a nalepuje k nakresleným „tyčím“, či korálovým „tyčinkám“, do okének dokresluje k číslicím „vřetenka“ či jiné symboly v odpovídajícím počtu...

Zmínili jsme, že v DMK se nedoporučuje pomůcky kombinovat. Z pohledu dnešní matematiky se naopak kombinování různých modelů čísel jeví jako prospěšné v procesu vytváření nezávislosti na vlastnostech počítaných prvků. V praxi záleží vždy na učitelce, jaké aktivity při práci s dětmi zařazuje.

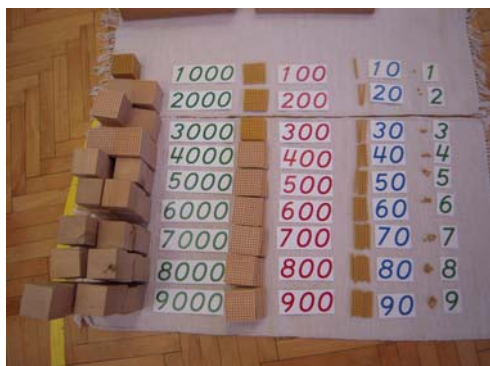
#### ***2.2.4. Analýza pomůcek 2. - 5. oblasti***

Zbývajících čtyřmi oblastmi se budeme zabývat v jedné kapitole, neboť aktivity obsažené ve 2.- 4. jsou dětem nabízeny paralelně a pátou oblast zmíníme jen velice stručně vzhledem ke skutečnosti, že se děti v mateřské škole k těmto pomůckám dostanou spíše ve výjimečných případech. Pomůcky jsou zde rozděleny podle účelu, k němuž slouží. Záleží na zájmu dítěte, bude-li se nejprve zabývat „systémem“ desítkové soustavy, který je prezentován na „zlatém perlovém materiálu“ nebo zda jej bude více zajímat tvoření a pořadí čísel do 1 000 nebo zaujme-li jej barevný perlový materiál, případně desky s korálky („Tabulky na násobení a dělení“), a početní operace. Může se také stát, že dítě bude pracovat s pomůckami dvou či třech zmíněných oblastí paralelně, na přeskáčku, některé aktivity „přelítne“ a jiným se bude věnovat delší dobu...

Ve 2. oblasti pomůcek se děti seznamují s řády v desítkové poziční soustavě a přechody mezi nimi. Postup je v této oblasti jasně daný: nejprve je nutné se seznámit s terminologií „jednotka, desítka, stovka, tisícovka“, k čemuž slouží pomůcka č.10 „Úvodní podnos k perlovému materiálu“. V pomůcce č.11 se dítě seznámí se zápisy čísel „1, 10, 100, 1 000.“ Zde se děti většinou dlouho nezdrží: s pomocí učitelky a třístupňové lekce si osvojí pojmy, propojí je s číselnými symboly a pokračují k „Devítkovému podnosu“, aby si „osahaly“ princip přechodu z nižšího řádu na vyšší.

V této fázi je v DMK prezentována aktivita s názvem „Ptačí perspektiva“, což je celkový pohled na řády, pro které se v kurzu používá termín „rodiny“. Děti si přinesou pomůcku „Velký perlový materiál“, postupně na kobereček pokládají perličky a přiřazují k nim odpovídající symboly: do pravého horního rohu koberečku položíme jednu perličku „To je jedna jednotka. Jak se napíše?“ dítě položí vedle perličky kartu s číslicí „1“. „Když přidáme jednu perličku, budeme mít kolik?“ „Dvě.“ Pod jednu perličku položíme dvě perličky a vedle nich kartu s číslicí „2“. Pokračujeme až k devítce. „Co se stane, když nyní přidáme jednu perličku?“ Dítě má již zkušenost z práce s pomůckou „Devítkový podnos“ a zná tedy princip přechodu řádu. „Budeme mít jednu desítku.“ „Kam myslíš, že ji položíme?“ Položí desítku vlevo od jedné perličky a vedle ní položí kartu s číselným symbolem „10“. Stejným způsobem pokládáme další „desítky“ a karty s odpovídajícími číselnými symboly. Když dojdeme k devíti „desítkám“, přejdeme ke „stovce“ podobně, jako jsme přešli od „jednotek“ k „desítce“ a potom podobně přejdeme i k „tisíci“. Výsledek této práce je na obr. 43.

Obrázek 43



V DMK se při této práci zavádí výraz „číselné rodiny“, který se používá k označení pozic číslic v zápisu čísel v desítkové soustavě. Je otázkou, zda se jedná o chybný překlad, či zda může tato formulace dětem způsobit nějaké problémy (v praxi se jeví jako vyhovující – blízká dětskému slovníku). Ovšem vzhledem k tomu, že např. při práci s tělesy se děti učí jejich „odborné“ názvy (válec, trojboký jehlan...), jeví se používání „zástupného“ termínu u této pomůcky poněkud diskutabilní.

Na práci s „perlovým materiálem“ se navazuje v geometrii na základní škole, kdy se dávají do vztahu modely čísel ve „zlatém perlovém materiálu“ s geometrickými představami: jedna perlička odpovídá jednomu bodu, „desítka“ představuje přímku, „stovka“ rovinu a „tisícovka“ prostor. Je otázkou, jaký byl v tomto případě původní záměr Marie Montessori, zda došlo k jeho nepochopení či se stala chyba v překladech. I úsečka je podle současných teorií tvořena nekonečným počtem bodů, které nelze znázornit modelem o deseti perličkách. Jedná-li se pouze o symboliku dimenze, je zde otázka, jak tuto představu zpracuje dítě v mladším školním věku...

Práce s pomůckou „Velký perlový materiál“ je popsána podrobně v předchozí kapitole, stejně jako práce se „Známkovou hrou“, která je abstraktnější obdobou „perlového materiálu“. První seznámení s početními operacemi probíhá v praxi v mateřské škole většinou paralelně při práci s pomůckami „Velký perlový materiál“, „Sčítací a Odčítací had“, „Tabulka na násobení“ a „Dělicí dřevěná tabulka“.

Ve 3. oblasti pomůcek se děti nejprve seznamují s čísly do dvaceti. Vytvářejí jejich modely z „barevných korálků“ (viz obr.15b), seznamují se s jejich zápisem s pomocí pomůcky č.15 a potom propojují modely se symboly. Stejným způsobem se seznámí s čísly do 99, pouze zde nepracují s „barevnými korálky“, ale se „zlatými jednotkami a desítkami“. Zde je možné pracovat paralelně i s pomůckou „Stovkový řetěz“, ovšem bez použití kartiček se symboly. Když děti znají číselné symboly, mají možnost upevňovat si číselnou řadu do 100 a orientaci v ní při práci s pomůckou „Stovkový řetěz“ příkládáním kartiček s čísly, a zároveň s pomůckou „Stovková tabule“, která ovšem není původní Montessori materiál (nepodařilo se nám zjistit, kdy byla zařazena mezi pomůcky Montessori systému). Práci s pomůckou „Tisícový řetěz“ by mělo

předcházet seznámení s číselnými symboly ve 2. oblasti, ale je také možné jej použít při prezentaci pomůcky „Úvodní podnos“. Montessori uvádí, jaké silné reakce vyvolala u dětí práce s „tisícovým řetězem“, když jej dostaly k dispozici, aby porovnály rozdíly mezi jednou perličkou, deseti perličkami spojenými v „desítku“, deseti „desítkami“ spojenými ve „stovkový řetěz“ a deseti „stovkovými řetězy“ spojenými v „tisícový řetěz“. Tyto „řetězy“ byly prvním materiálem, který Montessori v této oblasti vytvořila a sama byla překvapena, jak děti samy dospěly k pochopení vzájemných vztahů mezi řády. Původně jim řetězy předložila bez vysvětlování a pojmů a děti samy začaly počítat jednotlivé perličky nejprve ve „Stovkovém řetězu“ a potom *„se spojily do dvojic a trojic kolem ‚tisícového řetězu‘, jako by si navzájem chtěly pomáhat v jeho spočítání... Dopočítaly se ke stu; a po jednom stu, co? Sto jedna. A konečně dvě stě, dvě stě jedna. Jednoho dne dospěly k sedmi stům. ‚Já jsem unavený,‘ řeklo dítě. ‚Označím si toto místo a vrátím se k tomu zítra.‘ ‚Sedm set, sedm set – podívej!‘ zvolalo jiné dítě. ‚Je jich sedm – sedm stovek! Ano, ano; spočítejte řetězy! Sedm set, osm set, devět set, tisíc. Paní, paní, tisícový řetěz má deset stovkových řetězů! Podívejte!‘ A jiné děti, které pracovaly se ‚Stovkovým řetězem‘ přivolaly pozornost svých kamarádů: ‚Jé, podívejte! Stovkový řetěz má deset desítek!‘ Tak jsme si uvědomili, že pojem desítek, stovek a tisíců byl dán dětem uvedením těchto řetězů inteligentní dětské zvědavosti a respektováním spontánních .....jeho volných činností.“ (Montessori, 1917, s.209) Později vznikly „Barevné násobkové řetězy“ a tzv. „přeskakované počítání“ popsané u pomůcky č.20.*

Ve 4. oblasti jsou zařazeny pomůcky, které vedou děti k pochopení a osvojení si základních početních operací. V této oblasti není nutné dodržet posloupnost všech pomůcek, jak je uvedena, pouze v rámci každé početní operace. Některé děti mohou například přeskočit sčítání, odčítání i násobení a věnovat se dělení. Vzhledem k praktické využitelnosti principu dělení patří pomůcka „Dělicí dřevěná tabulka“ mezi nejatraktivnější v této oblasti. Vzhledem ke skutečnosti, že při práci s pomůckou „Sčítací a Odčítací had“ není nutné znát číslice, mohou s těmito pomůckami pracovat v případě zájmu i děti, které číslice ještě neznají, stejně jako s pomůckou „Dělicí tabulka“ je možné pracovat bez znalosti číslic.

V 5. oblasti jsou pomůcky poměrně abstraktní, které vyžadují dobrou znalost a bohaté zkušenosti s předchozími materiály. Montessori tyto pomůcky původně vytvořila až pro děti školního věku. V DMK jsou prezentovány jako možnost, kam až může dítě v případě zájmu dojít i v mateřské škole. Pouze „Hierarchie čísel“ je pomůcka, se kterou je možné pracovat již po uvedení dítěte do desítkové soustavy. Tato pomůcka reprezentuje mocniny čísla 10 v podobě řadových modelů čísel v desítkové poziční soustavě. Skutečnost, že model „milionu“ je dutý, představuje problém: jestliže má tento model odpovídat 1 000 000 krychliček, z nichž jedna reprezentuje jednu jednotku, nemůže být dutý. V tomto případě je modelem odpovídajícím počtu „jednotkových“ krychliček, které by vytvořily jeho „plášť“, což je počet výrazně odlišný...

#### ***2.2.5. Možná úskalí a rezervy a návrhy obohacení aktivit a pomůcek 2.-5. oblasti***

Dítě, které začíná pracovat s pomůckami 2. - 4. oblasti, by mělo mít osvojené pojmy reprezentované v předchozích pomůckách. Mělo by mít jasnou představu o číslech do deseti, znát číslice ve významu, který nesou, chápat pojem „nula“, případně umět rozložit čísla do deseti na dva sčítance – na úrovni práce s modelem. V podstatě by mělo zvládnout numeraci čísel 0-10 (viz s.21) včetně nezávislosti představ na vlastnostech počítaných prvků. S ohledem na předcházející kapitoly je zřejmé, že děti tuto nezávislost v Montessori mateřských školách vytvořenou nemají. Přes velmi dobrou názornost „zlatého perlového materiálu“ je otázkou, zda a do jaké míry děti pochopí vazby mezi řády v desítkové soustavě, jestliže se s nimi seznámí v této fázi svého poznávání, před vstupem do školy.

Ve 2. oblasti, kde je dítě seznamováno se vztahy v rámci desítkové soustavy, je hned u první pomůcky zaváděno zúžené názvosloví: „jednotka“ je obecný termín, jednotkou může být metr, kilogram, litr, koruna, stupeň Celsia atd. Jednotka je vždy jednotkou „něčeho“ – délky, hmotnosti, objemu..., při práci s „perličkami“ by měl být správně uváděn termín „základní jednotka“.



Další úskalí nalezneme u pomůcky „Číselné symboly“. Zápisu „10“ neodpovídá označení „jedna desítka“, „10“ čteme jako „deset“ – není to jedna desítka, ale deset základních jednotek. Pokud bychom chtěli zapsat „jednu desítku“ číslicemi, museli bychom zapsat pouze „1“ na místě desítek. Stejně to platí u stovek a tisíců. Z tohoto pohledu by bylo vhodné pomůcku „Číselné symboly“ upravit – odstranit nuly (viz obr.44) a každou sadu karet s číslicemi 1-9 doplnit o kartu, kde by na místě příslušných jednotek byla nula. Stejný princip by bylo vhodné uplatnit také u pomůcky „Seguinovy tabulky“ a v tabulkách nechat pouze číslice na místě desítek a zasouvat k nim destičky s číslicemi označujícími počet základních jednotek.

Obrázek 44



Jako barvy „barevných korálků“, může „barevné kódování řádů“, zaváděné slovy „toto je desítka, je vždy modrá“, vést u dětí k přílišné fixaci na barvu a nepodporuje nezávislost modelů (v tomto případě i zápisů čísel).

Práce s pomůckou „Číselné symboly“ může mít ještě jedno úskalí: skládání čísel na sebe a jejich posouvání. Výše popsany postup (s.48) se nejví jako vhodný, neboť může u dětí vést k vytvoření zkreslené představy o tvoření víceciferných čísel. Jestliže poskládáme karty s čísly na sebe a „lícujeme“ je vlevo, výsledný číselný symbol je naprosto nesmyslný. Dítě by mělo vidět, jak číslo vzniká – při umísťování karet na sebe je nutné dodržovat odpovídající pozici číslic na kartě.

Při práci s pomůckami, které připravují děti na početní operace, je nutné dbát správné terminologie – např. „perlový materiál“ „dáváme dohromady“, o „sčítání“ hovoříme pouze při práci s čísly v abstraktní rovině. „Dávání dohromady“, na němž jsou založeny všechny pomůcky připravující děti na sčítání, však představuje zúžený pohled na sčítání. Totéž platí i o pomůckách vedoucích děti k odčítání – reprezentují pouze jeden pohled na tuto početní operaci. Postrádáme zde slovní úlohy, které propojují práci s pomůckami s reálnými situacemi a zkušenostmi dítěte.

Skutečnost, že dítě informace vstřebává, nutně neznamená, že jím rozumí a umí je použít. Montessori ve své práci vycházela z pozorování dětí v daném věku a z jejich reakcí. Nesledovala je v jejich dalším vývoji, nezabývala se tím, jak děti ovlivnila práce s jejími pomůckami v jejich pozdějším studiu. Nejen zde se nabízí otázka, zda a jak by Montessori upravila své pomůcky, kdyby měla k dispozici výsledky dlouhodobých pozorování a současných výzkumů. S ohledem na její vědecký přístup a otevřenost novým výzkumům a zkušenostem se lze domnívat, že by leccos upravila. Z výše uvedených skutečností je zřejmé, že přílišné lpění na striktním dodržování postupů, vytvořených paní Montessori před sto lety nemusí být vždy příliš ku prospěchu dítěte. Vzhledem k tomu, že Maria Montessori stavěla dítě do středu svého pedagogického systému, je takový striktní přístup evidentně v rozporu se základní tezí její filosofie.

## 2.3. Tabulky - přehled pomůcek

Tabulka č.1a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1. určit počet	X		X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X		X	X
2. vytvořit model				X	X	X			X				X	X	X	X				
3. alternovat modely				X	X	X	X		X	X		X		X						
4. popsat modely	X			X		X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X		X	X
5. přečíst číslice, číslo	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
6. zapsat a rozumět zápisu		X	X						X		X	X	X	X	X	X	X		X	X
7. orientace v číselné řadě	X	X	X			X		X									X	X	X	X
8. porovnat	X						X	X	X	X		X	X	X						
9. číslo bez význ. kvantity																				
10. číslo jako hodnota																				
11. vlastnosti čísel						X				X	X	X	X	X	X	X				
12. rozklad čísla	X		X				X	X					X	X						

Tabulka č.1b

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1. určit počet	X	X			X	X			X	X				X			X	X	X	
2. vytvořit model									X					X						
3. alternovat modely																				
4. popsat modely	X	X			X	X			X	X				X			X	X	X	
5. přečíst číslice, číslo		X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
6. zapsat a rozumět zápisu		X	X	X		X	X	X	X			X	X	X	X	X	X	X	X	X
7. orientace v číselné řadě																				
8. porovnat	X				X				X	X									X	
9. číslo bez význ. kvantity																				
10. číslo jako hodnota																				
11. vlastnosti čísel																	X	X	X	X
12. rozklad čísla	X	X	X		X	X	X			X				X						

V tabulkách 1a a 1b vidíme přehledně, které body „numerace“ jsou v Montessori pomůckách rozpracovány více a které vůbec. Z předchozích kapitol víme, že děti určují počet prvků převážně na lineárních modelech, vytvářejí modely také především z homogenních prvků a alternace modelů přichází „zvnějšku“ – dítěti je předložen jiný model, než s jakým/mi pracovalo dosud. Pouze u aktivit č.5 a č.9 dochází k jisté alternaci – u „hry na upevnění pojmu nula“ jsou modelem různé pohyby či zvuky a u „paměťové hry“

dítě model vytváří výběrem daného počtu prvků ze souboru rozmanitých drobných předmětů.

Popis modelů je možné realizovat při práci se všemi zmíněnými modely, ale k tomu je, samozřejmě, nutná spolupráce s učitelkou, což je při převažující samostatné práci dětí v Montessori systému časově i organizačně náročné pro učitelku. Zmínili jsme, že v původní podobě systému je tato „jazyková role“ učitelky poněkud podceněna.

V předchozích kapitolách jsme také uvedli některé názory na předčasné seznamování dětí s číslicemi a uvedené tabulky ukazují, kolik pozornosti věnuje seznámení s číslicemi Montessori systém (viz počet „X“ v řádcích „5. přečíst číslice, číslo“ a „6. zapsat a rozumět zápisu“). Pro předškolní děti se jeví jako vhodnější věnovat více času a pozornosti rozmanitým modelům čísla, než jejich formálnímu a abstraktnímu zápisu.

Orientace v číselné řadě je zastoupena v několika pomůckách „1.oblasti“, „řetězy“ a „Stovkovou tabulkou“. K porovnání počtu prvků v modelech mohou děti použít „Červenomodré tyče“, „perlový materiál“ a „Hierarchii čísel“, tedy pouze „vázané modely.“ Využití jiných modelů záleží na učitelce.

Číslo bez významu kvantity ani jako hodnota se v Montessori pomůckách neobjevuje. Aktivita „Směna skutečných peněz“ je zařazována v DMK jako doplňková, zahraniční kurzy ji neuvádějí vůbec. Opět je na učitelce, zda dětem umožní pracovat nějakým způsobem s „penězi.“ Z vlastností čísel se děti v pomůckách seznamují s dělením čísel na sudá a lichá, a s jejich ciferností. S rozkladem čísel pracují od prvního modelu a na několika dalších a postupně se seznamují s principy základních početních operací.

### Aktivity „Praktického života“

- Pro ilustraci uvádíme ukázkou pomůcek „Praktického života“:

Tabulka č.2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Třídění				X									X
Uspořádání		X				X	X		X	X		X	
Přiřazení					X		X		X	X			
Porovnání vlastností	X	X	O	O	X	O	X			X		X	X
Porovnání počtu prvků				O	O	O	O		O	O	O		O
Model čísla – lineární				O	O	X	O		X	O			O
Model čísla – chaos				O	O	O	O		O	O			O
Model čísla – konfigurace				O	O	O	O		O	O			O
Celek a jeho části	X	X	X					X			X	X	

V oblasti „Praktického života“ jsou především aktivity zaměřené na rozvoj jemné motoriky a koordinace ruka-oko. Pro přímou přípravu na matematiku vidíme z tabulky potenciál v různých modelech čísla a tomu předcházející porovnání počtu prvků. U některých aktivit se porovnávání samo „nabízí“ jako např. u třídění drobných předmětů, kdy dítě může po roztřídění porovnat, která skupina má více, méně nebo mají stejně prvků. Postupně je možné s dítětem i v této oblasti začít prvky počítat, sestavovat z nich různé konfigurace, hrát další hry...

### **Aktivity „Smyslové výchovy“**

- a. Válečky s úchyty
- b. Růžová věž
- c. Hnědé schody
- d. Červené tyče
- e. Válečky bez úchytů
- f. Geometrická komoda - tvary
- g. Geometrická tělesa
- h. Základny geometrických těles
- i. Obdélníková (čtyřúhelníková) krabice, Obdélníková krabice modrá, Trojúhelníková krabice, Malá šestiúhelníková krabice, Velká šestiúhelníková krabice, Obdélníková krabice – modré pravoúhlé trojúhelníky
- j. Krabičky s barevnými destičkami
- k. Binomická krychle a Trinomická krychle
- l. Smirkové destičky
- m. Stereognostické sáčky
- n. Hmotnostní destičky
- o. Termické destičky na vnímání teploty a Termické nádoby

- p. Zvukové válečky
- q. Zvonky
- r. Chut'ové skleničky
- s. Barevné geometrické tvary

Tabulka č.3

	a	b	c	bc	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s
Třídění	O			X		O	O	X	X	X	X	X		O	X					X
Uspořádání	X	X	X	X	X	X	X				X	X	X		X	X	X	X		X
Přiřazení	X			X		X	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Porovnání vlastností	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	O	X	X	X	X	X	X	X	X
Porovnání počtu prvků	O			O		O		O	O	O	O	O		O	O	O	O	O	O	O
Model čísla – lineární	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
Model čísla – chaos	O	O	O	O	O	O		O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
Model čísla – konfigurace	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
Celek a jeho části										X		X								

Z tabulky je jasné zřejmé, že Montessori vytvořila smyslový materiál především pro třídění smyslů, jak je uvedeno v kapitole „Montessori matematika“ s.25. S jedinou výjimkou děti u všech pomůcek porovnávají vlastnosti předmětů, hodně křížků je vidět i v řádcích „uspořádání“ a „přiřazování.“ Uspořádání je všude ostré lineární podle jedné až dvou vlastností (tloušťka, výška, velikost podle jednoho až tří rozměrů, délka, hmotnost, hrubost povrchu, světlost barevného odstínu...). Přiřazení se zde vyskytuje u pomůcek, kde hledáme shodné dvojice prvků na základě jedné společné vlastnosti. U pomůcky „Válečky s úchyty“ přiřazujeme každý váleček do otvoru, který přesně odpovídá jeho tloušťce nebo výšce nebo oběma těmito rozměrům. „Barevné válečky bez úchyťů“ přiřazujeme k „válečkům s úchyty“ stejných rozměrů. Smícháme-li všech 40 válečků, je nutné je roztřídit do čtyř skupin a každý váleček přiřadit k odpovídajícímu otvoru. Barevné válečky roztřídíme podle barvy. Geometrické tvary přiřazujeme k jejich místu v „šuplíčcích“ poté, co jsme všechny vyjmuli. Uspořádat některé z nich můžeme podle velikosti od nejmenšího (s nejmenším průměrem či délkou strany) po největší. Pokud bychom vyjmuli na kobereček všechny „tvary“ z komody, bylo by nutné je roztřídit do odpovídajících „šuplíčků.“ Tělesa můžeme třídit podle jedné či více vlastností (hranatá a kulatá, stojí a nestojí, podle tvaru základny...), můžeme určovat počet těles se shodnou základnou... Barevné destičky z prvních dvou krabic přiřazujeme do dvojic podle shodných barev,

ve třetí krabičce jsou destičky devíti barev a od každé barvy je zde sedm odstínů, které řadíme od nejsvětějšího po nejtmavší nebo naopak.

Škála aktivit je poměrně bohatá. Z pohledu matematiky by bylo vhodné zařadit aktivity s většími předměty, třídít, uspořádat, přiřazovat a porovnávat i děti mezi sebou. Z tabulky je vidět, že všechny pomůcky lze využít i k porovnávání počtu prvků ve skupinách předmětů i jako modely čísel a záleží na nás, jak každý model uspořádáme.

### **Pomůcky „Matematiky“**

Tabulka č.4a

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Třídění													x	x						
Uspořádání	X	X	X			X	X	X		X	X	X	X	X	X	X		X		
Přiřazení			X	X	X	X			X		X	X			X	X	X		X	X
Porovnání	X		X	X		X	X	X		X	X	X	X	X						X
Model čísla – lineární	X		X	X		X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X		X	X
Model čísla – chaos					X															
Model čísla – konfigurace						x				X		X	X							
Číslice		X	X	X		X			X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Sčítání	X		X				X	X					X	X						X
Odčítání	X		X				X	X					X	X						X
Násobení	X		X					X					X	X						X
Dělení	X		X					X					X	X						X

Tabulka č.4b

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Třídění	x			x	x			x		x			x	x		x				
Uspořádání		X		X		X		X		X			X			X			X	
Přiřazení	X				X				X					X					X	
Porovnání	X	X			X	X			X	X				X					X	
Model čísla – lineární	X	X			X	X			X	X				X			X	X		
Model čísla – chaos																				
Model čísla – konfigurace																			X	
Číslice		X	X	X		X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Sčítání	X	X	X	X						X							X	X		X
Odčítání					X	X	X	X		X							X	X		X
Násobení									X	X	X	X	X				X	X		X
Dělení										X				X	X	X	X	X		X



Třídění – označeno malým „x“, neboť se třídí části pomůcky pouze při úklidu – podle barvy („korálky“), „příklady“ na kartičky s příklady a na kartičky s výsledky, a „zlatý perlový materiál“ na jednotlivé perličky, „desítky“, „stovky“ a „tisíce“

Uspořádání – v závislosti na počtu „korálků“, aktivity založené na posloupnosti číselné řady

Přiřazení – číselné symboly k modelům, u „hadů“ se k deseti odpočítaným korálkům přiřazuje zlatá „desítka“, u pomůcek „Tabulka na násobení a Tabulka na dělení“ se „korálky“ přiřazují k zapsaným číslům či figurkám

Porovnání – větší - menší, více - méně - stejně (korálků), sudá - lichá

Modely čísla – všechny modely jsou lineární, o chaosu můžeme hovořit snad pouze u „hry na upevnění pojmu nula“, kde jsou modely v podobě pohybů, zvuků apod., za konfigurace lze považovat zlatý perlový materiál, ale zde máme pouze model čísel 1, 10, 100 a 1 000. V pomůcce „Sudá a lichá čísla“ se vzniklé konfigurace nevyužívají, jak zmíněno výše.

Číslice – téměř všude, chybí pouze tam, kde se představuje nový materiál, který se však vždy hned po seznámení dítěte s ním propojuje se zápisem daných čísel. Jediná pomůcka, která se nepropojuje se symboly, jsou „Sčítací a Odčítací had“.

### **3. ZÁVĚR**

Náplní diplomové práce bylo provést analýzu vybraných Montessori pomůcek a jejich využití ve světle současných teorií didaktiky matematiky, pedagogiky a psychologie. Cílem práce bylo odhalit možná úskalí a rezervy pomůcek Marie Montessori zaměřených na vytváření předmatematických představ u dětí předškolního věku. Z celé práce je zřejmé, že pomůcky tvoří velice promyšlený a propracovaný systém modelů čísel. Děti mají možnost pracovat s mnoha pomůckami a vytvářet si s jejich pomocí základní číselné představy. Zmínili jsme možná úskalí, plynoucí z práce pouze s homogenními a lineárními modely čísel, předčasného seznamování dětí s číslicemi ve významu, který nesou, a s pojmem nula, rezervy vidím v několika oblastech:

- a) jazykové, včetně nepřesně používaného názvosloví
- b) chybějící aktivity pohybové
- c) práci s modely umožňujícími získání nezávislosti číselných představ na vlastnostech počítaných prvků

Jsme přesvědčeni, že většina učitelek Montessori mateřských škol takovéto aktivity zařazuje, ať na základě odborného vzdělání, zkušeností z praxe či intuice. Zadáním této práce však bylo hodnocení pomůcek a způsobu práce s nimi.

V této souvislosti považujeme za nezbytné upozornit na nutnost odborného vzdělání učitelek. Bohužel ani v České republice ani v zahraničí není předpokladem pro účast v Montessori kurzu pedagogické vzdělání. Samozřejmě, že zdaleka ne všichni absolventi kurzů používají získanou odbornost v pedagogické praxi jako učitelé, ale možná by bylo vhodné oddělit kurzy pro „laiky“ od kurzů pro učitele. DMK má akreditaci MŠMT, ale tato nestačí pro plnou kvalifikaci učitelky. Kurz poskytuje pouze specializaci. Odborné pedagogické vzdělání je nezbytným předpokladem plně kvalifikovaného přístupu učitelky k Montessori metodě a pomůckám, bez tohoto vzdělání může dojít k formálnímu používání pomůcek a z metodiky práce s nimi se stane pouhý „návod k použití“. Tato odbornost také umožní učitelce doplnit další možné aktivity k Montessori pomůckám v duchu „Montessori tvořivosti...“ a zajistit dětem dostatečně široké spektrum zkušeností, zážitků, příležitostí k získání poznatků i modelů

čísel a pohledů na matematiku, která není zdaleka jen o číslech. Je-li učitelka dostatečně tvořivá, je velká pravděpodobnost, že dětem poskytne „ideální podmínky“ pro jejich rozvoj. Velkou inspirací v této oblasti mohou být učitelkám články o čísle vycházející v nakladatelství Raabe, edice Raabík (Kaslová, 1999-2003). Ne všechny učitelky, které absolvují DMK, pracují v Montessori mateřských školách. Získané vědomosti však mohou využít k obohacení své práce v běžných mateřských školách – uplatněním principů, zakoupením či výrobou některých pomůcek... Jsme přesvědčeni, že využití jakkoli malé části životního díla Marie Montessori je ku prospěchu dítěte.

Další otázkou je, co by ukázal případný výzkum této problematiky v praxi. Bylo by zajímavé zjistit, zda práce s Montessori pomůckami opravdu způsobuje dětem nějaké problémy či vytváří „obstacles“, nebo tomu tak není (jak se ukázalo v experimentu Š. Krutinové). Tato práce je ve svých hypotézách o možných úskalích pomůcek ryze teoretická. S tím samozřejmě souvisí otázka, do jaké míry učitelky pracují pouze s pomůckami a jakým způsobem (či zda vůbec) obohacují jejich použití či tyto činnosti doplňují dalšími aktivitami. V průběhu své práce jsem často přemýšlela nad možnostmi jejího praktického využití a jejím možným pokračováním v podobě výzkumu či dlouhodobého pozorování a ráda bych v ní v tomto směru pokračovala.

Snažila jsem se ukázat důležitou roli předškolního období pro rozvoj předmatematické a školně matematické gramotnosti – nejde zde však o přípravu na školu, ale o rozvinutí potencialit, jak to chápe osobností pojetí v RVP PV i Marie Montessori. Otevřít dítěti dveře, ukázat mu možnosti, vzbudit jeho zájem nebo spíše podpořit jeho přirozenou zvědavost a usměrnit ji, nabídnout mu zajímavé aktivity, umožnit rozvoj...

Nezanedbatelným přínosem Montessori systému je jeho „provázanost“ - předmatematické představy prolínají a navazují na představy matematické. Dítě, které chodilo do Montessori mateřské školy a pokračuje na Montessori základní škole, je ve výhodě. Pomůcky se nemění, dítě je důvěrně zná, jen s nimi pracuje na „vyšší“ úrovni. To mu může usnadnit zvládání učiva v prvních letech základní školy.

Mojí největší obavou při práci bylo očekávání způsobu přijetí zpracovaného tématu Montessori společností a mými kolegyněmi. Nesnažila jsem se v žádném případě Marii Montessori a její pedagogiku kritizovat. Snažila jsem se pracovat v duchu její filosofie s využitím toho, co jsem nastudovala během universitního studia. Jsem přesvědčena, že by mou práci přijala s pochopením. Základem její pedagogiky byl vědecký přístup ke vzdělání a o ten jsem se ve své práci snažila. Tato analytická práce vychází ze současných výzkumů, z vývoje didaktiky matematiky a matematiky jako vědy. Byla bych ráda, kdyby má práce byla inspirací a podnětem k zamyšlení, co ještě můžeme udělat pro naše děti, abychom jim umožnili plně rozvinout jejich potenciál. „Pohlížejte na člověka jako na důl oplývající drahokamy nedozírné hodnoty. Jen výchovou lze dosáhnout toho, že ony poklady vyjdou na povrch, aby z nich lidstvo mohlo těžit.“ (Bahá'u'lláh, 2001, s.137) Nedovolme, aby některé zapadly.

## **Seznam použité literatury:**

BAHÁ'U'LLÁH. *Bahá'u'lláhovy Desky zjevené po Kitáb-i-Aqdas*. Přel. kolektiv překladatelů. Mladá Boleslav : Bahá'í nakladatelství, 2001. ISBN 80-85478-21-8

BAKALÁŘ, P. *Psychologie v otázkách*. Praha : Portál, 1999.

COUFALOVÁ, J. – PĚCHOUČKOVÁ, Š. – KASLOVÁ, M. – ŠÍPKOVÁ, P. *Metodická příručka k učebnicím MATEMATIKY v prvním ročníku základní školy*. Praha : Fortuna, 1997. ISBN 80-7168-379-5.

HAINSTOCK, E.G. *Metoda Montessori a jak ji učit doma; výuka základů matematiky a jazykových znalostí*. Praha : Pragma, 1999.

HARALD, L. a kol. *Vychováváme a vzděláváme s Marií Montessoriovou*. Pardubice : Universita Pardubice, 2000.

HEJNÝ, M. *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava : SPN, 1990. ISBN 80-08-01344-3.

HEJNÝ, M. – KUŘINA, *Dítě, škola, matematika, konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha : Portál, 2001.

HOLT, J. *Jak se děti učí*. Praha : Agentura Strom, 1995.

HUNT, M. *Dějiny Psychologie*. Praha : Portál, 2000.

KASLOVÁ, M. *Předmatematické představy v mateřské škole*. Praha : RAABE, duben 1999.

KASLOVÁ, M. *Předmatematické představy v MŠ – II. část*. Praha : RAABE, červen 1999.

KASLOVÁ, M. *Předmatematická výchova v kontextu Rámcového programu pro předškolní vzdělávání*. Praha : RAABE, 2001a.

KASLOVÁ, M. *Číslo I*. Praha : RAABE, 2001b. ISBN 80-86307-03-4.

KASLOVÁ, M. *Číslo II*. Praha : RAABE, 2002. ISBN 80-86307-03-4.

KASLOVÁ, M. *Číslo III*. Praha : RAABE, 2003. ISBN 80-86307-03-4.

KASLOVÁ, M. *Cesta k číslu*. Praha : RAABE, 2003. ISBN 80-86307-03-4.

KASLOVÁ, M. *Počet*. Praha : RAABE, 2003. ISBN 80-86307-03-4.

KASLOVÁ, M. *Vnímání a vyjadřování kvantity u 5-7 letých dětí*. Olomouc : Acta Universitatis Palackianae Olomucensis Facultas Pedagogika, 2008.

KERN, J. – MEHL, C. – NOLZ, H. – PETER, M. – WINTERSPERGER, R. *Přehled psychologie*. Praha : Portál, 2000. ISBN 80-7178-426-5.

MACHAČ, M. – MACHAČOVÁ, H. – HOSKOVEC, J. *Emoce a výkonnost*. Praha : SPN, 1985.

MONTESSORI, M. *Příručka vědecké pedagogiky*. Přel. B.Kožíšková. Praha : Svaz čsl. učitelek škol mateřských, 1926.

MONTESSORI, M. *Tajuplné dětství*. Praha : SPS, 1998. ISBN 80-86-189-00-7.

MONTESSORI, M. *Absorbující mysl*. Praha : SPS, 2003.

PIAGET, J. – INHELDEROVÁ, B. *Psychologie dítěte*. Praha : SPN, 1970.

PRŮCHA, J. – WALTEROVÁ, E. – MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. Praha : Portál, 2003. ISBN 80-7178-772-8.

PRŮCHA, J. *Přehled pedagogiky*. Praha : Portál, 2006. ISBN 80-7178-944-5.

RÝDL, K. *Alternativní pedagogická hnutí v současné společnosti*. Brno : Marek Zeman, 1994.

RÝDL, K. *Principy a pojmy pedagogiky M. Montessori*. Praha : Public History, 1999. ISBN 80-902193-7-3.

RÝDL, K. *Metoda Montessori pro naše dítě. Inspirace pro rodiče a další zájemce*. Pardubice : Univerzita Pardubice, 2007. ISBN 978-80-7395-004-0.

SCIACOVELLI, G. *Nová matematika. Moderní vyučování matematice v 1.a 2. ročníku základní školy*. Praha : SPN, 1978.

VÁGNEROVÁ, M. *Vývojová psychologie pro obor speciální pedagogika předškolního věku*. Liberec : Technická univerzita v Liberci, 2007. ISBN 978-80-7372-213-5.

VÁGNEROVÁ, M. – KLÉGROVÁ, J. *Poradenská psychologická diagnostika dětí a dospívajících*. Praha : Karolinum, 2008. ISBN 978-80-246-1538-7.

VYGOTSKIJ, L.S. *Vývoj vyšších psychických funkcí*. Přel. J.Průcha – M.Sedláková. Praha : SPN, 1976.

VYGOTSKIJ, L.S. *Psychologie myšlení a řeči*. Přel. J.Průcha. Praha : Portál, 2004. ISBN 80-7178-943-7.

ZELINKOVÁ, O. *Pedagogická diagnostika individuální vzdělávací program*. Praha : Portál, 2001. ISBN 80-7178-544-X.

*Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání*. Praha : Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2006. ISBN 80-87000-00-5.

### **Seznam dalších informačních zdrojů:**

#### **Diplomové práce:**

DAŠEK, J. *Životnost principů Montessoriovské pedagogiky dnes*. Diplomová práce. Praha : Pedagogická fakulta UK v Praze, 1999.

KRUTINOVÁ, Š. *Rozvíjení představ o čísle v Montessori a klasické mateřské škole*. Bakalářská práce. Praha : Pedagogická fakulta UK, 2003.

LANGROVÁ, R. *Kritická analýza způsobů práce používaných v předškolních zařízeních montessoriovského typu*. Diplomová práce. Praha : Filosofická fakulta UK, 1993.

ŠVEJDOVÁ, P. *Utváření matematických představ u dětí v Montessori mateřské škole*. Diplomová práce. Praha : Pedagogická fakulta UK, 2004.

#### **Zdroje přístupné v elektronické podobě:**

MONTESSORI, M. *The Montessori Method*. New York : FASC, 1912.

Zdroj: <http://digital.library.upenn.edu/women/montessori/method/method.html>

MONTESSORI, M. *Dr. Montessori's Own Handbook*. USA : FASC, 1914.

Zdroj: <http://www.archive.org/search.php?query=%28montessori%29>

MONTESSORI, M. *The Montessori Elementary Material*. New York : Schocken Books, 1977 (první vydání z roku 1917).

Zdroj: <http://www.archive.org/search.php?query=%28montessori%29>

<http://www.montessoricr.cz>

<http://www.montessori-ami.org/>

<http://www.montessorimom.com/>

<http://rvp.cz/>

**Další zdroje:**

Kaslová, M. *Přednášky v rámci studia na Ped.F. UK v letech 2008-2009.*

KOUKALOVÁ, H. *Pracovní listy.* Kladno : Montessori mateřská škola, 2000.

NIENHUIS Montessori. *Katalog Montessori pomůcek.* The Netherlands (bez uvedení ISBN a roku vydání)

Přednášky a materiály z VIII. Diplomového Montessori kurzu, 2006-2007.



# PŘÍLOHY